

SUR LES VIBRATIONS DE SYSTÈMES PORTANT DES  
CHARGES ÉLECTRIQUES ET PLACÉS DANS UN CHAMP MAGNÉTIQUE

PAR

H. A. LORENTZ.

---

§ 1. La plupart des raies spectrales, chez lesquelles on a observé le phénomène de ZEEMAN, se transforment sous l'influence des forces magnétiques en triplets, conformément à la théorie élémentaire bien connue, ou en doublets quand on observe dans le sens des lignes de force. Plusieurs autres raies cependant présentent des phénomènes plus compliqués. M. CORNU <sup>1)</sup> a montré que la raie  $D_1$ , au lieu d'un triplet, devient un quadruplet, dont les composantes extrêmes sont polarisées parallèlement aux lignes de forces, les composantes moyennes perpendiculairement à ces lignes. Des quadruplets analogues ont été observés dans quelques autres cas. Parfois <sup>2)</sup>, chez les triplets et les quadruplets, les composantes extrêmes et moyennes présentent une polarisation inverse du sens ordinaire; et MM. MICHELSON <sup>3)</sup>, PRESTON <sup>4)</sup> et d'autres ont observé chez certaines raies un dédoublement en cinq, six composantes ou même davantage.

Je me propose de montrer comment certaines hypothèses relatives au mécanisme de l'émission lumineuse peuvent conduire à une explication de pareilles raies multiples. Bien que cette explication ne doive aucunement être considérée comme définitive et qu'on puisse peut-être remplacer mes hypothèses par d'autres beaucoup plus appropriées, il semble

<sup>1)</sup> CORNU, *Comptes rendus*, T. 126.

<sup>2)</sup> BECQUEREL et DESLANDRES, *Comptes rendus*, T. 127, p. 18.

<sup>3)</sup> MICHELSON, *Phil. Mag.*, Vol. 45, p. 348.

<sup>4)</sup> PRESTON, *ibid.* p. 325.

y avoir quelque intérêt à considérer les exemples de systèmes vibrants que j'ai imaginés. Du reste, je suis d'autant moins porté à attacher trop de valeur à mes hypothèses spéciales que je n'ai tâché que dans un seul cas, celui du quadruplet de M. CORNU, de déduire de ma théorie les détails des observations, et que dans cet effort je n'ai eu qu'un succès médiocre.

§ 2. Le fait que les composantes dans lesquelles une raie se divise dans le champ magnétique sont dans beaucoup de cas tout aussi nettes que la raie primitive, permet de conclure que les durées de vibration de toutes les particules lumineuses dans la source de lumière subissent exactement la même modification. Ceci n'est possible que si toutes les particules prennent dans le champ magnétique la même orientation, ou bien si l'influence des forces magnétiques reste la même quelle que soit la position d'une particule. A cause des difficultés qu'on rencontre dans la première de ces deux hypothèses <sup>1)</sup>, j'ai admis que les particules lumineuses sont sphériques et présentent dans tous les sens les mêmes propriétés. Il en peut être ainsi, même si les atomes chimiques ont une structure beaucoup plus complexe; en effet, l'ion sphérique qui produit la lumière n'est peut-être qu'une très petite partie de l'atome entier <sup>2)</sup>.

Ainsi que je l'ai montré dans un autre mémoire <sup>3)</sup>, on peut obtenir une raie triple quand, parmi les modes de vibration simples dont le système est susceptible, il y en a trois pour lesquels, en l'absence d'un champ magnétique, la durée de vibration est la même. Ce qu'on peut exprimer encore en disant que le système possède trois degrés de liberté équivalents. Plus tard M. PANNEKOEK <sup>4)</sup> remarqua qu'on peut obtenir une raie quadruple quand il y a, dans le même sens, quatre degrés de liberté équivalents, et en général une division en  $n$  composantes quand  $n$  modes de vibration simples ont la même période.

Or si l'on considère non pas les vibrations les plus lentes dont un système sphérique est capable, mais les vibrations d'un ordre supérieur

<sup>1)</sup> Voir LORENTZ, *Verlag der Vergad. Akademie van Wetenschappen*, VI, p. 197, et *Arch. Néerl.*, Sér. 2, T. 2, p. 5.

<sup>2)</sup> Voir LORENTZ, *Verlag der Vergad. Akademie van Wetenschappen*, VI, p. 514.

<sup>3)</sup> *Wied. Ann.*, Bd. 63, p. 278.

<sup>4)</sup> *Verlag der Vergad. Akademie van Wetenschappen*, VII, p. 120.

quelconque, il y aura en réalité plus de trois degrés de liberté équivalents.

§ 3. Le premier système que je considérerai se compose d'une surface sphérique de rayon  $a$ , recouverte d'une charge électrique. Cette charge, que nous supposerons liée à la matière pondérable de la couche sphérique, aura à l'état d'équilibre une densité superficielle  $\sigma$  que je supposerai égale dans tous les points de la sphère; soit d'autre part  $\rho$  la densité superficielle de la matière pondérable. J'admettrai que les points de la surface sphérique ne peuvent se déplacer que dans la surface elle-même; que dans ce mouvement chaque élément conserve sa charge, ce qui donnera lieu à des „condensations” et „dilatations” de la charge; et que finalement chaque particule est ramenée vers sa position d'équilibre par une force, qui est proportionnelle au déplacement tant que les vibrations sont infiniment petites. Soit  $\alpha$  le déplacement; alors la force sera

$$-k^2 \alpha,$$

par unité de surface, la constante  $k^2$  étant la même dans tous les points de la sphère. Pour simplifier j'admettrai qu'aucune force élastique ne soit mise en jeu par les déplacements relatifs d'un point de la couche par rapport à l'autre. L'unique lien qui unisse les divers points, et qui en fasse un seul et même système, ce sont les forces électriques qu'ils exercent les uns sur les autres. Or celles-ci se réduisent aux actions électrostatiques ordinaires quand, comme il arrivera en réalité, la longueur d'onde des vibrations émises est très grande en comparaison du diamètre de la sphère. Dans ce cas, les forces qui existent à un moment déterminé, peuvent être calculées comme si le système se trouvait constamment dans la position qu'il occupe à cet instant. Les forces sont donc déterminées par la configuration (toujours en dehors du champ magnétique); il n'y a pas de „résistances” dépendant des vitesses, et les vibrations ne sont pas éteintes. En effet, si la longueur d'onde est beaucoup plus grande que les dimensions d'un système, on peut négliger la perte d'énergie qui est due au rayonnement.

§ 4. Tant qu'il n'y a pas de champ magnétique, la sphère peut vibrer de la manière suivante.

Soit  $J_n$  une fonction de Laplace d'ordre  $n$ , c'est-à-dire une fonction

déterminée par la direction de la ligne  $r$  qui unit le centre de la sphère au point considéré, et telle que  $r^h Y_h$  satisfait à l'équation de Laplace. Alors, à un moment quelconque, le déplacement d'un point de la surface sphérique est donné par

$$\rho \frac{\partial Y_h}{\partial t}, \dots \dots \dots (1)$$

$l$  étant, au point considéré, la direction dans la surface sphérique, dans laquelle  $Y_h$  varie le plus rapidement, et  $\frac{\partial Y_h}{\partial l}$  étant considéré comme un vecteur dans cette direction. Le facteur  $\rho$  est le même en tous les points de la sphère et de la forme

$$q \cos (n_h t + e); \dots \dots \dots (2)$$

la fréquence des vibrations est donc représentée par  $n_h$ .

Les déplacements déterminés par (1) auront modifié la densité; elle ne sera plus  $\sigma$ , mais

$$\sigma + h(h + 1) \frac{\sigma}{a^2} \rho Y_h.$$

Ce qui donne, pour la force électrique agissant le long de la surface,

$$- 4 \pi F^2 \frac{h(h + 1)}{2h + 1} \cdot \frac{\sigma}{a} \rho \frac{\partial Y_h}{\partial t}$$

( $F$  étant la vitesse de la lumière), et par suite pour la force par unité de surface, comme on peut en poser la charge =  $\sigma$ ,

$$- 4 \pi F^2 \frac{h(h + 1)}{2h + 1} \cdot \frac{\sigma^2}{a} \rho \frac{\partial Y_h}{\partial t}.$$

L'équation du mouvement sera donc

$$\sigma \ddot{\rho} \frac{\partial Y_h}{\partial t} = -h^2 \rho \frac{\partial Y_h}{\partial t} - 4 \pi F^2 \frac{h(h + 1)}{2h + 1} \frac{\sigma^2}{a} \rho \frac{\partial Y_h}{\partial t},$$

par conséquent  $\frac{\partial Y_h}{\partial t}$  disparaît, et la fréquence  $n_h$  est déterminée par la formule

$$\rho n_h^2 = k^2 + 4\pi V^2 \frac{h(h+1)}{2h+1} \cdot \frac{\sigma^2}{a} \dots \dots (3).$$

Ceci montre que la fréquence est la même quelle que soit la fonction de Laplace de l'ordre  $h$  que l'on choisisse.

Les vibrations les plus lentes correspondent à  $h = 1$ , celles du second ordre à  $h = 2$ , etc. Mais il y aura différents modes de mouvement pour lesquels  $h$  a la même valeur.

Dans le cas des vibrations considérées il y a une énergie cinétique représentée par

$$T = \frac{1}{2} \rho \dot{\rho}^2 \int \left( \frac{\partial Y_h}{\partial t} \right)^2 d\omega.$$

Or cette expression, où  $d\omega$  est un élément de la surface sphérique, peut en vertu des propriétés des fonctions de Laplace s'écrire aussi

$$T = \frac{1}{2} h(h+1) \frac{\rho}{a^2} \dot{\rho}^2 \int Y_h^2 d\omega.$$

L'énergie potentielle est donnée par

$$\begin{aligned} U &= 2\pi V^2 \frac{h^2(h+1)^2 \sigma^2}{2h+1} \frac{\rho^2}{a^3} \int Y_h^2 d\omega + \frac{1}{2} k^2 \rho^2 \int \left( \frac{\partial Y_h}{\partial t} \right)^2 d\omega = \\ &= \left[ 2\pi V^2 \frac{h^2(h+1)^2 \sigma^2}{2h+1} \frac{\rho^2}{a^3} + \frac{1}{2} h(h+1) \frac{\rho^2}{a^2} k^2 \right] \int Y_h^2 d\omega. \end{aligned}$$

Introduisons dans cette expression, pour abrégier, les deux constantes

$$A_h = 4\pi V^2 \frac{h^2(h+1)^2 \sigma^2}{2h+1} \frac{\rho^2}{a^3} + h(h+1) \frac{\rho^2}{a^2} k^2$$

et

$$B_h = h(h+1) \frac{\rho^2}{a^2};$$

alors

$$T = \frac{1}{2} B_h \dot{\rho}^2 \int Y_h^2 d\omega$$

et

$$U = \frac{1}{2} A_h \rho^2 \int Y_h^2 d\omega.$$

§ 5. Imaginons à présent qu'on prenne pour  $h$  un nombre déterminé, et que l'on se borne à des vibrations correspondant à des fonctions de Laplace de cet ordre. Ces vibrations ont toutes la même fréquence  $n_h$ , mais peuvent encore différer entre elles par la fonction choisie  $Y_h$ , c'est-à-dire par la position des pôles qui déterminent cette fonction. Il peut d'ailleurs aussi se faire que des vibrations, répondant à diverses fonctions d'ordre  $h$ , avec des amplitudes et des phases quelconques, existent simultanément.

Cependant il n'y a qu'un nombre restreint de modes de mouvement indépendants les uns des autres; en effet, une fonction de Laplace quelconque d'ordre  $h$  peut être formée au moyen de  $2h + 1$  fonctions analogues du même ordre, qu'on peut choisir arbitrairement, pourvu seulement qu'elles soient indépendantes les unes des autres. Il n'y a donc pas un nombre infini de degrés de liberté équivalents, mais seulement  $2h + 1$ , de la fréquence  $n_h$ . Supposons à présent que l'on choisisse  $2h + 1$  fonctions de Laplace déterminées d'ordre  $h$ , telles que l'on puisse en constituer toutes les autres fonctions du même ordre. Représentons ces fonctions, que je nommerai „fondamentales”, par

$$Y_{h1}, \quad Y_{h2}, \quad Y_{h3} \text{ etc.};$$

alors, dans l'état de mouvement le plus général que nous ayons maintenant à considérer, nous pourrions écrire pour le déplacement

$$\mathbf{a} = p_1 \frac{\partial Y_{h1}}{\partial t} + p_2 \frac{\partial Y_{h2}}{\partial t} + p_3 \frac{\partial Y_{h3}}{\partial t} + \text{etc.}, \quad . \quad . \quad (4)$$

équation dans laquelle chaque terme, de la manière indiquée au § 4, représente un vecteur le long de la surface sphérique.

Dans les divers termes  $t$  n'indique donc pas la même direction.

On trouve facilement, pour l'énergie potentielle et l'énergie cinétique dans l'état représenté par (4)

$$\begin{aligned} U &= \frac{1}{2} a_{11} p_1^2 + \frac{1}{2} a_{22} p_2^2 + \frac{1}{2} a_{33} p_3^2 + \text{etc.} \dots + \\ &\quad + a_{12} p_1 p_2 + a_{13} p_1 p_3 + \text{etc.}, \\ T &= \frac{1}{2} b_{11} \dot{p}_1^2 + \frac{1}{2} b_{22} \dot{p}_2^2 + \frac{1}{2} b_{33} \dot{p}_3^2 + \text{etc.} \dots + \\ &\quad + b_{12} \dot{p}_1 \dot{p}_2 + b_{13} \dot{p}_1 \dot{p}_3 + \text{etc.}, \end{aligned}$$

où

$$\begin{aligned}
 a_{\mu\mu} &= A_h \int \Gamma_{h\mu}^2 d\dot{\omega}, & a_{\mu\nu} &= A_h \int \Gamma_{h\mu} \Gamma_{h\nu} d\dot{\omega}, \\
 b_{\mu\mu} &= B_h \int \Gamma_{h\mu}^2 d\dot{\omega}, & b_{\mu\nu} &= B_h \int \Gamma_{h\mu} \Gamma_{h\nu} d\dot{\omega}.
 \end{aligned}$$

Si l'on se propose seulement de considérer les vibrations d'ordre  $h$ , on peut faire abstraction des autres degrés de liberté du système, et considérer les  $2h + 1$  quantités  $p_1, p_2, p_3, \dots$  comme les coordonnées générales qui déterminent la position du système. L'équation du mouvement relative à l'ordonnée  $p_\mu$  est alors

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{p}_\mu} \right) = - \frac{\partial U}{\partial p_\mu}.$$

S'il y a encore d'autres forces que celles considérées jusqu'à présent et si nous indiquons par  $Q_\mu$  les composantes générales de ces nouvelles forces, l'équation devient

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{p}_\mu} \right) = - \frac{\partial U}{\partial p_\mu} + Q_\mu \dots \dots \dots (5)$$

§ 6. Quand un système portant une charge électrique vibre dans un champ magnétique, les particules subiront des forces proportionnelles à leur charge; par unité de charge ces forces sont déterminées, de la manière connue, par le produit vecteur de la vitesse et de la force magnétique. Supposons que le système, avant qu'il n'y ait un champ magnétique, se trouve dans un état de mouvement  $A$  de fréquence  $n$ ; alors, à cause des vitesses du système, le champ magnétique, dès qu'il est produit, donnera lieu à certaines forces électromagnétiques  $F$ , qui évidemment changent de direction avec la même fréquence  $n$ . La question de savoir quel mouvement ces forces communiqueront au système, peut être envisagée comme un problème de résonance ou de vibrations forcées. En général, les forces  $F$  feront vibrer le système dans un ou plusieurs de ses autres états de mouvement  $B$ . Si un de ces modes de mouvement  $B$  est tel que pour des déplacements infiniment petits qui lui correspondent le travail des forces  $F$  ne soit pas 0, on peut être sûr que ce mouvement se produira.

Il ne peut y avoir d'influence directe des forces  $F$  sur l'état  $A$ , qui leur a donné naissance, attendu que la force électro-magnétique pro-

voquée par le mouvement d'une particule est perpendiculaire à la direction de la vitesse, et que, par conséquent, le travail est 0 pour un mouvement de cette espèce.

Quant aux autres modes de mouvement, tout dépend de la fréquence. Si la fréquence  $\nu'$  d'un mode de mouvement  $B$  diffère considérablement de la fréquence  $\nu$  des forces  $F$ , alors ces forces ne produiront qu'une très faible vibration dans le mode  $B$ , avec une fréquence  $\nu$ . En effet, les observations montrent que les forces  $F$  sont très petites en comparaison des autres forces du système. De même que les forces  $F$  elles-mêmes, l'amplitude du mouvement  $B$  qu'elles produisent sera proportionnelle à l'intensité du champ  $H$ ; les forces électromagnétiques  $F'$  que les vitesses  $B$  feront naître à leur tour seront de petites quantités d'ordre  $H^2$ . On pourra faire abstraction de la réaction de ces forces sur l'état de mouvement  $A$ .

Il en est tout autrement si parmi les mouvements  $B$  il y en a un dont la fréquence est égale à celle de  $A$ . Dans ce cas, sous l'influence des forces  $F$ , un mouvement  $B$  de grande amplitude sera possible; le calcul montre que cette amplitude devient comparable à celle de la vibration  $A$  elle-même. Quant aux forces électromagnétiques  $F'$  qui se produisent dans ce mouvement  $B$ , elles modifieront le mouvement original  $A$  et c'est dans la *période* que leur influence se montrera. Pour comprendre ceci il faut remarquer que les forces  $F$  ont la même phase que les vitesses dans le mouvement  $A$ , et que par suite leur phase diffère d'un quart de vibration de celle des déplacements  $A$ . Or les déplacements dans l'état  $B$  devront avoir même phase (ou la phase opposée) que les forces  $F$ . La phase des forces  $F'$  différera donc d'un quart de vibration de celle des forces  $F$ ; elle sera ainsi la même que celle des déplacements  $A$  ou lui sera opposée. C'est précisément pour cette raison que les forces  $F'$  doivent modifier la période du mouvement  $A$ .

On voit aussi que les mouvements simultanés  $A$  et  $B$  différeront en phase d'un quart de vibration. C'est pour cela que la lumière émise parallèlement aux lignes de force est circulairement polarisée.

§ 7. Comme en vertu de ce qui précède les vibrations d'ordre  $h$  ne peuvent subir aucune influence sensible, dans le champ magnétique, de la part des vibrations d'un autre ordre, nous pouvons toujours considérer isolément les vibrations d'ordre  $h$ . Or le terme  $Q_\mu$  dans



l'équation (5) est déterminé par la condition que le travail des forces électro-magnétiques pour un déplacement infiniment petit  $\delta\rho_\mu$  doit être représenté par  $Q_\mu \delta\rho_\mu$ . Et comme les forces en question sont des fonctions linéaires des vitesses  $\dot{p}_\nu$ ,  $Q_\mu$  doit avoir la forme suivante:

$$Q_\mu = \sum_\nu \varepsilon_{\mu\nu} \dot{p}_\nu. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

Les coefficients  $\varepsilon$  se laissent calculer en introduisant à côté de chaque fonction de Laplace  $Y_{h\mu}$  la fonction

$$W_{h\mu} = r^h Y_{h\mu},$$

dans laquelle  $r$  représente la distance au centre de la sphère. On trouve alors, quand la force magnétique  $H$  est dirigée dans le sens de l'axe des  $z$ , comme nous l'admettrons dans la suite:

$$\varepsilon_{\mu\nu} = \frac{H\sigma}{a^{2h+2}} \int \omega \begin{vmatrix} x, & y, & z, \\ \frac{\partial W_{h\mu}}{\partial x}, & \frac{\partial W_{h\mu}}{\partial y}, & \frac{\partial W_{h\mu}}{\partial z} \\ \frac{\partial W_{h\nu}}{\partial x}, & \frac{\partial W_{h\nu}}{\partial y}, & \frac{\partial W_{h\nu}}{\partial z} \end{vmatrix} d\omega \quad . \quad . \quad . \quad (7).$$

Le centre de la sphère a été pris comme origine des coordonnées.

Nous supposons que l'axe des  $y$  est dirigé vers l'endroit occupé par l'observateur, quand il veut étudier les phénomènes perpendiculairement aux lignes de force.

Parfois aussi nous représenterons les fonctions fondamentales par des indices exprimant la position des pôles. C'est ainsi que  $Y_{x^1}$  est la fonction du premier ordre, dont le pôle est situé au point d'intersection de l'axe positif des  $x$  avec la surface sphérique,  $Y_{xy}$  la fonction du deuxième ordre, ayant pour pôles les points d'intersection avec l'axe positif des  $x$  et l'axe positif des  $y$ ,  $Y_{xx}$  la fonction zonale dont les deux pôles coïncident au point d'intersection avec l'axe des  $x$ , etc. Si l'on se sert de cette notation l'indice exprimant l'ordre peut être laissé de côté.

On déduit de (7)

$$\varepsilon_{\mu\mu} = 0, \quad \varepsilon_{\nu\mu} = - \varepsilon_{\mu\nu},$$

ce qui doit être vrai dans tous les cas.

§ 8. Examinons maintenant en premier lieu les vibrations correspondant à une fonction de Laplace du premier ordre.

Choisissons comme fonctions fondamentales

$$Y_{11} = Y_x, \quad Y_{12} = Y_y, \quad Y_{13} = Y_z,$$

de sorte que

$$W_{11} = x, \quad W_{12} = y, \quad W_{13} = z.$$

Il viendra alors

$$\begin{aligned} a_{11} &= a_{22} = a_{33} = \sqrt[4]{3} \pi a^2 A_1, \\ a_{12} &= a_{23} = a_{31} = 0, \\ b_{11} &= b_{22} = b_{33} = \sqrt[4]{3} \pi a^2 B_1 = \sqrt[8]{3} \pi \rho, \\ b_{12} &= b_{23} = b_{31} = 0, \\ \varepsilon_{12} &= \sqrt[4]{3} \pi H \sigma, \quad \varepsilon_{13} = \varepsilon_{23} = 0. \end{aligned}$$

Les équations du mouvement deviennent donc, si l'on remplace  $a_{11}$ ,  $b_{11}$  et  $\varepsilon_{12}$  par  $\alpha_1$ ,  $\beta_1$  et  $\varepsilon_1$  :

$$\beta_1 \ddot{p}_1 = -\alpha_1 p_1 + \varepsilon_1 \dot{p}_2, \dots \dots \dots (8)$$

$$\beta_1 \ddot{p}_2 = -\alpha_1 p_2 - \varepsilon_1 \dot{p}_1, \dots \dots \dots (9)$$

$$\beta_1 \ddot{p}_3 = -\alpha_1 p_3.$$

D'où il résulte d'abord qu'en dehors du champ magnétique, c'est-à-dire pour  $\varepsilon_1 = 0$ , la fréquence  $n_1$  de toutes les vibrations est représentée par

$$n_1^2 = \frac{\alpha_1}{\beta_1} = \frac{A_1}{B_1},$$

ce qui se déduit aussi de (3).

Dans le cas où il y a un champ magnétique, les vibrations suivant  $Y_z$  ont encore la même fréquence, tandis qu'il y a deux états de mouvement d'une fréquence modifiée. Admettons en effet que  $p_1$  et  $p_2$  renferment le temps dans le facteur  $e^{int}$ , alors on verra qu'en négligeant les termes de l'ordre  $H^2$  on peut satisfaire aux équations (8) et (9) par

$$p_2 = + i p_1, \quad n = n_1 + n'_1$$

et par

$$p_2 = -i p_1, \quad n = n_1 - n'_1,$$

où

$$n'_1 = \frac{\varepsilon_1}{2\beta_1} = \frac{H\sigma}{4\rho};$$

ou bien,  $e = 4\pi a^2 \sigma$  étant la charge électrique entière et  $m = 4\pi a^2 \rho$  la masse entière,

$$n'_1 = \frac{H e}{4 m}.$$

Comment, en ne considérant que la partie réelle des valeurs données, on obtient des états de mouvement, dans lesquels il existe entre les vibrations correspondant à  $Y_x$  et  $Y_y$  une différence de phase dans l'un ou l'autre sens de  $1/4$  de vibration, c'est ce qu'il est inutile de démontrer.

Les vibrations qui sont déterminées par  $Y_x$ ,  $Y_y$  ou  $Y_z$  peuvent être décrites sommairement comme une oscillation de la charge électrique suivant un des axes de coordonnées; en d'autres termes, il y a dans ces vibrations un moment électrique variable parallèle à l'un des axes. L'état de mouvement que nous venons d'étudier ressemble donc beaucoup à celui que l'on admet dans la théorie élémentaire du phénomène de ZEEMAN. Il n'est donc guère étonnant que l'on se trouve conduit aux mêmes raies doubles et triples que dans cette théorie. Il n'y a que cette différence que pour les mêmes valeurs de  $e$  et  $m$  la modification  $n'_1$  de la fréquence est moitié moindre que dans la théorie élémentaire.

§ 9. Dans l'étude des vibrations du deuxième ordre nous choisissons comme fonctions fondamentales:

$$Y_{21} = Y_{xy}, \quad Y_{22} = Y_{x'y'}, \quad Y_{23} = Y_{xz}, \quad Y_{24} = Y_{yz}, \quad Y_{25} = Y_{zz}.$$

Les indices  $x'$  et  $y'$  se rapportent aux deux axes  $OX'$  et  $OY'$ , qui s'obtiennent par la rotation de  $OX$  et  $OY$  autour de l'axe des  $z$ , et dont le premier est la bissectrice de l'angle formé par  $OX$  et  $OY$ .

A ces cinq fonctions fondamentales, auxquelles on peut effectivement ramener toutes les fonctions de Laplace du deuxième ordre, correspondent les expressions suivantes:

$$\begin{aligned}
 W_{21}^- &= \frac{3}{2} x y, & W_{22}^- &= \frac{3}{2} x' y' = \frac{3}{4} (y^2 - x^2), \\
 W_{23}^- &= \frac{3}{2} x z, & W_{24}^- &= \frac{3}{2} y z \\
 W_{25}^- &= \frac{1}{2} (-x^2 - y^2 + 2z^2).
 \end{aligned}$$

Si l'on pose

$$\frac{1}{5} \pi a^2 A_2 = \alpha_2, \quad \frac{1}{5} \pi a^2 B_2 = \beta_2, \quad \frac{3}{5} \pi H \sigma = \varepsilon_2,$$

les divers coefficients prennent les valeurs suivantes :

$$\begin{aligned}
 a_{11} &= a_{22} = a_{33} = a_{44} = 3 \alpha_2, & a_{55} &= 4 \alpha_2 \\
 b_{11} &= b_{22} = b_{33} = b_{44} = 3 \beta_2, & b_{55} &= 4 \beta_2 \\
 \varepsilon_{12} &= + 2 \varepsilon_2, & \varepsilon_{21} &= - 2 \varepsilon_2 \\
 \varepsilon_{34} &= + \varepsilon_2, & \varepsilon_{43} &= - \varepsilon_2.
 \end{aligned}$$

Les coefficients qui ont été omis sont tous nuls.

Les équations du mouvement deviennent :

$$3 \beta_2 \ddot{p}_1 = - 3 \alpha_2 p_1 + 2 \varepsilon_2 \dot{p}_2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (10)$$

$$3 \beta_2 \ddot{p}_2 = - 3 \alpha_2 p_2 - 2 \varepsilon_2 \dot{p}_1 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (11)$$

$$3 \beta_2 \ddot{p}_3 = - 3 \alpha_2 p_3 + \varepsilon_2 \dot{p}_4 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (12)$$

$$3 \beta_2 \ddot{p}_4 = - 3 \alpha_2 p_4 - \varepsilon_2 \dot{p}_3 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (13)$$

$$\beta_2 \ddot{p}_5 = - \alpha_2 p_5.$$

En dehors du champ magnétique, la fréquence de toutes ces vibrations est donc déterminée par

$$n_2^2 = \frac{\alpha_2}{\beta_2} = \frac{A_2}{B_2}.$$

Dans le champ magnétique les vibrations répondant à  $Y_{zz}$  ont encore cette même fréquence. Si ensuite nous continuons à nous servir d'expressions renfermant le facteur  $e^{int}$ , il sera satisfait aux équations (10) et (11) par les valeurs

$$p_2 = + i p_1, \quad n = n_2 + n'_2,$$

et de même par

$$p_2 = -i p_1, \quad n = n_2 - n'_2,$$

où l'on a

$$n'_2 = \frac{\varepsilon_2}{3\beta_2} = \frac{H\sigma}{6\rho} = \frac{He}{6m}.$$

Or ces valeurs conduisent à deux états de mouvement, dont chacun se compose d'une vibration  $Y_{xy}$ , combinée à une vibration  $Y_{x'y'}$ , les amplitudes étant égales, et les phases différant d'un quart de vibration.

Les équations (12) et (13) conduisent à deux combinaisons pareilles d'une vibration  $Y_{xz}$  et d'une autre  $Y_{y'z}$ , la fréquence de la première étant

$$n_2 + \frac{1}{2} n'_2,$$

et celle de la seconde

$$n_2 - \frac{1}{2} n'_2.$$

§ 10. On se trouve conduit à des résultats analogues quand on admet qu'une charge est répartie sur un espace sphérique avec la densité uniforme  $\sigma$ , et que chaque élément de volume subit, après un écart  $\mathbf{a}$  de sa position d'équilibre, une force qui l'y ramène, et est proportionnelle au déplacement. Soient, par unité de volume,  $k^2 \mathbf{a}$  cette force et  $\rho$  la masse, supposée invariable, et imaginons que la sphère ait aussi une charge de densité  $-\sigma$ , qui cependant est immobile. On trouve alors qu'un état de mouvement est possible, dans lequel en chaque point

$$\mathbf{a} = p \frac{\partial W_h}{\partial \mathbf{l}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (14)$$

Dans cette expression,  $W_h = r^h Y_h$ , tandis que le quotient différentiel représente un vecteur dans la direction où  $W_h$  croît le plus rapidement, et d'une grandeur déterminée par l'augmentation par unité de longueur dans ce sens.

Le facteur  $p$  est de nouveau de la forme (2), et l'on trouve actuellement

$$\rho n_h^2 = k^2 + 4\pi V^2 \frac{h\sigma^2}{2h+1}.$$

Ce résultat montre une particularité qui nous rappelle un phénomène bien connu dans les séries de raies spectrales. C'est que, si on élève progressivement le nombre  $h$ , la valeur de  $n_h$  ne croît pas indéfiniment mais converge vers une limite déterminée.

Maintenant encore chaque état de vibration répond à une fonction de Laplace, cette fois-ci de la manière exprimée par l'équation (14); et l'on peut de nouveau tout rapporter à certaines fonctions fondamentales, et opérer ensuite comme dans les paragraphes précédents. Je ne donnerai pas ici la marche de ces calculs, et me contenterai de dire que dans le champ magnétique, pour les vibrations du premier ordre, on trouve les trois périodes

$$n_1 \text{ et } n_1 \pm \frac{He}{2m},$$

et pour les vibrations du deuxième ordre les cinq périodes

$$n_2, n_2 \pm \frac{He}{2m}, \quad n_2 \pm \frac{He}{4m}.$$

On entendra de nouveau par  $e$  et  $m$  respectivement la charge et la masse entières.

§ 11. Les équations du mouvement pour l'éther environnant peuvent servir à déterminer la nature des vibrations émises par les systèmes que nous venons d'examiner. Les expressions que l'on trouve pour les composantes du déplacement diélectrique contiennent des termes inversement proportionnels à la première puissance de la distance  $r$  au centre de la sphère, mais aussi des termes inversement proportionnels à des puissances supérieures de  $r$ . Il est évident que seuls les premiers termes déterminent le rayonnement lumineux. Or tandis que ces termes ont pour les vibrations du premier ordre une forme bien connue, ils présentent chez les vibrations du deuxième ordre cette particularité qu'ils renferment le facteur  $\frac{a}{\lambda}$ ,  $a$  étant le rayon de la sphère et  $\lambda$  la longueur d'onde de la lumière émise. En conséquence, si les déplacements dans ou sur la sphère vibrante sont chez les vibrations  $Y_2$  du même ordre de grandeur que chez les vibrations  $Y_1$ , la lumière émise par les premières sera bien plus faible que celle émise par les secondes. En

effet, d'après ce que nous savons des dimensions moléculaires,  $\frac{a}{\lambda}$  est une fraction très petite. Il doit en être ainsi, puisqu'autrement les vibrations s'éteindraient si vite que les raies spectrales deviendraient moins nettes qu'elles ne le sont.

On pourrait croire que l'amplitude des vibrations  $Y_2$  sur la sphère elle-même pourrait dépasser si notablement celle des vibrations  $Y_1$  que, malgré le facteur  $\frac{a}{\lambda}$ , les vibrations  $Y_2$  pourraient produire une radiation sensible. En admettant un instant qu'il en est ainsi, malgré que la chose me parût très improbable, j'ai recherché ce qu'on devrait voir d'après les résultats donnés ci-dessus, si l'on observe dans une direction perpendiculaire aux lignes de force. J'ai été conduit ainsi précisément au quadruplet de CORNU. Il est vrai que nos résultats indiquent un quintuplet, mais, dans le cas de la couche sphérique aussi bien que dans celui de la sphère pleine, la raie médiane de ce quintuplet a l'intensité 0. Je trouvais toutefois que dans l'observation le long des lignes de forces ce ne sont pas, comme il arrive en réalité, les deux raies extérieures, mais les deux composantes moyennes du quadruplet qui devraient persister. Ceci suffit à nous faire revenir absolument de l'idée que l'influence du facteur  $\frac{a}{\lambda}$  serait compensée par une grande amplitude sur la sphère. Nous sommes bien forcés d'admettre que les vibrations correspondant à des fonctions du deuxième ordre ne peuvent effectivement émettre aucune lumière perceptible. Pourquoi elles ne le peuvent, dans le cas où  $a$  est extrêmement petit en comparaison de  $\lambda$ , c'est ce qui est évident; en effet, on a alors sur la sphère, et dans le voisinage immédiat les uns des autres, des déplacements égaux et opposés de charges égales.

Les sphères considérées ne peuvent pas davantage émettre de lumière en vertu de leurs vibrations d'ordre supérieur au deuxième; et il est bien clair que quelque chose d'analogue s'appliquerait à des systèmes d'une autre nature. Pour les mêmes raisons un corps sonore dont les parties se trouvent dans des phases diverses n'émettra pas de son perceptible, quand ses dimensions sont très petites en comparaison de la longueur d'onde dans l'air. Le fait qu'un diapason (sans résonateur) produit un son si peu intense tient à ce que la distance des deux branches est si faible en comparaison de  $\lambda$ .

Admettons donc que tous les rayons lumineux émis par une flamme soient dus en réalité à des vibrations „du premier ordre“, j'entends par là des vibrations dans lesquelles il y a un moment électrique variable dans une direction déterminée, sans vouloir dire que ces vibrations dépendent précisément d'une fonction de Laplace. En partant de cette hypothèse on démontre sans peine que les seules composantes qui peuvent persister dans les observations parallèlement au champ magnétique sont celles qui sont polarisées dans la direction des lignes de force, si l'observation se fait perpendiculairement à ces lignes. C'est ce que toutes les observations confirment.

§ 12. Le seul moyen que j'aie pu imaginer d'attribuer aux vibrations du deuxième ordre un certain rôle dans la radiation et d'expliquer ainsi les raies multiples dans le phénomène de ZEEMAN, consiste à supposer que dans la source lumineuse il y a non seulement des vibrations primaires, comme celles que nous avons considérées jusqu'à présent, mais encore des vibrations de combinaison, comparables aux vibrations additionnelles et différentielles de l'acoustique. M. V. A. JULIUS <sup>1)</sup> a déjà il y a bien des années fait remarquer que le grand nombre de différences égales qu'il y a entre les fréquences des raies d'un spectre semble indiquer l'existence de pareilles vibrations; et je ne vois pas en effet d'autre moyen d'expliquer par exemple pourquoi chez les métaux alcalins beaucoup de doublets présentent la même différence entre les nombres de vibrations de leurs constituants.

Je ferai encore remarquer que les vibrations de combinaison, cette dénomination étant prise dans un sens un peu large, peuvent prendre naissance de diverses manières. Et d'abord, cela arrive si l'on a affaire à des déplacements suffisamment grands pour que les forces élastiques (ou dans nos sphères les forces électriques) ne soient plus proportionnelles à la première puissance du déplacement. En second lieu, aussitôt que chez la couche sphérique chargée les variations de densité sont assez grandes pour que le courant de convection ne puisse plus être posé égal au produit de la vitesse par la densité *primitive*. Enfin, deux particules peuvent, à la suite de leurs vibrations, agir l'une sur l'autre avec des forces qui leur impriment un mouvement de va-et-vient. Supposons

---

<sup>1)</sup> V. A. JULIUS, De lineaire spectra der elementen. *Verh. der Kon. Akad. v. Wetensch.*, Deel 26.



p. ex. que deux couches sphériques, telles que nous les avons considérées, soient concentriques l'une à l'autre, et que l'une puisse osciller dans son ensemble autour d'une position d'équilibre, tandis que les charges de l'une et de l'autre vibrent de la manière considérée. C'est dans cette dernière rubrique de vibrations de combinaison que nous pouvons également ranger le cas où l'une des sphères a une charge invariable distribuée suivant une fonction de Laplace. En effet, on peut dire qu'elle vibre alors avec la fréquence zéro.

Nous n'aurons pas besoin d'hypothèses particulières relativement au mécanisme des vibrations qui résultent de la coexistence de deux vibrations primaires. Il suffira d'admettre que tout peut se passer symétriquement autour du centre d'une particule, et que si l'une des vibrations est déterminée par une expression de la forme

$$q \cos (nt + c) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (15)$$

et l'autre par une expression de la forme

$$q' \cos (n't + c'), \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (16)$$

les vibrations combinées dépendent du produit

$$q q' \cos (nt + c) \cos (n't + c') = \frac{1}{2} q q' \cos [(n - n')t + (c - c')] + \\ + \frac{1}{2} q q' \cos [(n + n')t + (c + c')].$$

Des deux vibrations correspondant aux deux derniers termes je ne considérerai, pour abrégér, que la première, la vibration différentielle.

§ 13. Il est facile de reconnaître, et on peut le confirmer par un exemple quelconque, que la combinaison d'une vibration du premier avec une autre du second ordre peut donner une vibration du premier ordre, c'est-à-dire une vibration qui est capable d'émettre de la lumière. Les vibrations primaires peuvent être exécutées par la même sphère ou par deux couches concentriques.

Imaginons les trois vibrations répondant aux fonctions de Laplace  $Y_x$ ,  $Y_y$  et  $Y_z$ , et les cinq vibrations déterminées par  $Y_{xy}$ ,  $Y_{x'y'}$ ,  $Y_{xz}$ ,  $Y_{y'z}$ ,  $Y_{z'z}$ ; supposons en outre que le facteur  $p$  que nous avons introduit au § 4 ait pour une des trois premières vibrations la forme (15) et pour une des cinq dernières la forme (16). Par raison de

symétrie, une combinaison de ces deux vibrations primaires ne pourra que dans un seul cas donner une vibration secondaire suivant un axe des coordonnées déterminé, savoir quand parmi les trois indices servant à désigner les deux fonctions de Laplace l'indice relatif à l'axe en question se retrouve un nombre impair de fois. C'est ainsi p. ex. que la combinaison de la vibration  $Y_{xy}$  avec la vibration  $Y_x$  peut bien fournir une vibration secondaire suivant l'axe des  $y$ , mais non suivant l'axe des  $x$ .

En considérant les vibrations secondaires, il faut encore tenir compte de leur amplitude. Celle-ci sera dans chaque cas particulier proportionnelle au produit  $qq'$ , et s'obtiendra donc en multipliant ce dernier par un certain „facteur d'amplitude”.

Supposons que l'une des deux vibrations primaires  $a$  et  $b$  dont il s'agit, p. e. la première  $a$ , soit décomposée en quelques composantes, p. ex.  $a_1, a_2$  etc. Alors on voit facilement que la vibration secondaire  $\{a, b\}$  se compose des vibrations secondaires  $\{a_1, b\}, \{a_2, b\}$ , etc. En se servant de ce théorème, on peut exprimer tous les facteurs d'amplitude en fonction d'un entre eux. Représentons en effet ces facteurs par les signes  $[Y_{xv}, Y_x]_x$  etc., le dernier indice désignant la direction de la vibration secondaire; il faut alors p. ex. que

$$[Y_{yy}, Y_x]_x = [Y_{zz}, Y_x]_x$$

et que

$$[Y_{xx}, Y_x]_x + [Y_{yy}, Y_x]_x + [Y_{zz}, Y_x]_x = 0.$$

Cette dernière égalité doit exister parce que les fonctions du deuxième ordre sont liées par la relation

$$Y_{xx} + Y_{yy} + Y_{zz} = 0.$$

Si donc on pose

$$[Y_{xx}, Y_x]_x = z,$$

alors

$$[Y_{yy}, Y_x]_x = -\frac{1}{2}z, \quad [Y_{zz}, Y_x]_x = -\frac{1}{2}z,$$

et l'on connaît par conséquent le facteur pour tous les cas où la fonction du deuxième ordre est une fonction zonale, et où son pôle est éloigné de  $90^\circ$  de celui de la fonction du premier ordre ou coïncide avec ce dernier. On peut par une décomposition appropriée ramener tous les autres cas à

celui-ci. On trouve ainsi les facteurs d'amplitude indiqués dans le tableau suivant; les lettres  $x, y, z$  indiquent chaque fois la direction de la vibration secondaire.

	$Y_{xy}$	$Y_{x'y'}$	$Y_{xz}$	$Y_{yz}$	$Y_{zz}$
$F_x$	$+ \frac{3}{4} z (y)$	$- \frac{3}{4} z (x)$	$+ \frac{3}{4} z (z)$	$0$	$- \frac{1}{2} z (x)$
$F_y$	$+ \frac{3}{4} z (x)$	$+ \frac{3}{4} z (y)$	$0$	$+ \frac{3}{4} z (z)$	$- \frac{1}{2} z (y)$
$F_z$	$0$	$0$	$+ \frac{3}{4} z (x)$	$+ \frac{3}{4} z (y)$	$+ z (z)$ .

§ 14. Il y a dans le champ magnétique trois états de mouvement du premier ordre avec les fréquences

$$n_1 + n'_1, \quad n_1 - n'_1, \quad n_1 \dots \dots \dots (17)$$

Nous désignerons par

$$q_1, \quad q_2, \quad q_3$$

les amplitudes de la variable  $p_1$  (§ 8) dans les deux premiers états de mouvement et de la variable  $p_3$  dans le dernier.

Il y a de plus cinq mouvements du deuxième ordre avec les fréquences

$$n_2 + n'_2, \quad n_2 - n'_2, \quad n_2 + \frac{1}{2} n'_2, \quad n_2 - \frac{1}{2} n'_2, \quad n_2 \dots \dots (18)$$

Les amplitudes de  $p_1$  (§ 9) dans les deux premiers états, de  $p_3$  dans les deux suivants et de  $p_5$  dans le dernier seront désignées par

$$q'_1, \quad q'_2, \quad q'_3, \quad q'_4, \quad q'_5.$$

Il suffira actuellement de considérer deux des quinze combinaisons, et en premier lieu celle du premier mouvement du groupe (17) avec le premier du groupe (18).

Nous avons affaire, d'une part à une vibration  $F_{xy}$ , que nous représenterons par

$$q'_1 \cos [(n_2 + n'_2)t + c'],$$

et une vibration  $F_{x'y'}$ , représentée par

$$q'_1 \cos [(n_2 + n'_2) t + c' + \frac{1}{2} \pi];$$

d'autre part à une vibration  $F_x$ ,

$$q_1 \cos [(n_1 + n'_1) t + c]$$

et une vibration  $F_y$

$$q_1 \cos [(n_1 + n'_1) t + c + \frac{1}{2} \pi].$$

Consultant le tableau du § précédent, nous obtiendrons une vibration

$$\begin{aligned} & \frac{3}{4} \times q_1 q'_1 \cos [(n_2 - n_1 + n'_2 - n'_1) t + c' - c - \frac{1}{2} \pi] - \\ & - \frac{3}{4} \times q_1 q'_1 \cos [(n_2 - n_1 + n'_2 - n'_1) t + c' - c + \frac{1}{2} \pi] = \\ & = \frac{3}{2} \times q_1 q'_1 \cos [(n_2 - n_1 + n'_2 - n'_1) t + c' - c - \frac{1}{2} \pi] \end{aligned}$$

suivant l'axe des  $x$ , et une vibration

$$\begin{aligned} & \frac{3}{4} \times q_1 q'_1 \cos [(n_2 - n_1 + n'_2 - n'_1) t + c' - c] + \\ & + \frac{3}{4} \times q_1 q'_1 \cos [(n_2 - n_1 + n'_2 - n'_1) t + c' - c] = \\ & = \frac{3}{2} \times q_1 q'_1 \cos [(n_2 - n_1 + n'_2 - n'_1) t + c' - c] \end{aligned}$$

suivant l'axe des  $y$ . Perpendiculairement aux lignes de force, ces vibrations produiront un faisceau lumineux dont les vibrations sont perpendiculaires aux lignes de force, et dont l'intensité peut être représentée par  $\frac{9}{4} z^2 q_1^2 q'_1^2$ . Comme la phase des deux vibrations diffère d'un quart de période, la lumière qui se propage le long des lignes de force sera polarisée circulairement.

Un calcul analogue permet de trouver que la première des vibrations (17) et la seconde des vibrations (18) ne donnent pas de vibrations différentielles.

Si l'on examine toutes les combinaisons, on arrive au résultat suivant, pour ce qui concerne l'observation perpendiculairement aux lignes de force.

*A.* On observe dans le spectre les raies suivantes, dont les vibrations sont parallèles aux lignes de force:

1. Une raie médiane (fréquence  $n_2 - n_1$ ). Intensité proportionnelle à

$$q_3^2 q'_5{}^2 [12].$$

2. De part et d'autre, à des distances  $\frac{1}{2} n'_2 - n'_1$ , des raies avec les intensités

$$\frac{9}{4} q_1^2 q'_3{}^2 [9] \text{ et } \frac{9}{4} q_2^2 q'_4{}^2 [9].$$

*B.* Des vibrations perpendiculaires aux lignes de force donnent lieu aux raies suivantes:

1. Deux raies, à des distances  $n'_2 - n'_1$  de  $A_1$ . Intensités:

$$\frac{9}{4} q_1^2 q'_1{}^2 [9] \text{ et } \frac{9}{4} q_2^2 q'_2{}^2 [9].$$

2. Deux raies à des distances  $\frac{1}{2} n'_2$  de  $A_1$ . Intensités:

$$\frac{9}{16} q_3^2 q'_3{}^2 \left[ \frac{9}{2} \right] \text{ et } \frac{9}{16} q_4^2 q'_4{}^2 \left[ \frac{9}{2} \right].$$

3. Deux raies à des distances  $n'_1$  de  $A_1$ . Intensités:

$$\frac{1}{4} q_1^2 q'_5{}^2 \left[ \frac{3}{2} \right] \text{ et } \frac{1}{4} q_2^2 q'_5{}^2 \left[ \frac{3}{2} \right].$$

En observant le long des lignes de force, on obtient les mêmes raies que dans le cas *B*, à présent avec une polarisation circulaire et avec les mêmes intensités relatives.

En réalité, il y a dans la source lumineuse d'innombrables molécules avec des valeurs très diverses des amplitudes  $q$  et  $q'$ . Supposant que dans les vibrations du premier comme dans celles du second ordre toutes les directions de mouvement soient représentées dans la même mesure, et qu'en outre une vibration déterminée du deuxième ordre se combine également avec toutes les vibrations de premier ordre différemment dirigées, je trouve pour les intensités relatives les nombres donnés ci-dessus entre crochets.

§ 15. Dans le cas particulier où les vibrations du premier ordre

ne présentent pas de phénomène de ZEEMAN, où par suite  $n'_1 = 0$ , les raies  $B_3$  coïncident en une raie unique au centre, d'intensité égale à 3.

Les raies  $A_2$  et  $B_1$  constitueraient alors précisément les phénomènes observés par M. CORNU, mais en outre, dans le cas  $B$ , on pourrait voir la raie peu intense que je viens de mentionner et les raies  $B_2$ , moitié moins intenses que  $B_1$ . Dans le cas  $A$  on verrait la raie moyenne  $A_1$ , plus intense que  $A_2$ . Il se peut que ces lignes deviennent moins fortes parce que la manière dont les particules sont mises en vibration n'est pas favorable à l'existence simultanée des mouvements primaires auxquels elles sont dues. La raie moyenne  $A$  doit toujours être affaiblie par l'absorption dans les parties extérieures de la source lumineuse. Je ne puis du reste me figurer comment cette raie pourrait jamais faire complètement défaut quand les particules lumineuses ont une structure symétrique.

Un autre cas particulier est :  $n'_2 = \frac{2}{3} n'_1$  (§ 9).

Alors les raies  $B_1$  et  $B_2$  coïncident en des raies d'intensité  $27/2$ . Ces raies intenses seraient éloignées d'une distance moitié moindre que les autres que les raies  $A_2$ . Si l'on faisait abstraction de  $A_1$  et  $B_3$ , on aurait un quadruplet, tel qu'on en a réellement observé, dont les composantes externes sont polarisées perpendiculairement aux lignes de force, les internes parallèlement à ces lignes.

§ 16. Pour terminer, je ferai encore remarquer ce qui suit.

1. Comme la fréquence des vibrations secondaires est *déterminée* par celle des vibrations primaires, il ne peut être question d'une influence *directe* du champ magnétique sur cette fréquence.

2. Comme les raies spectrales peuvent être *renversées*, l'explication donnée au moyen des vibrations secondaires ne peut être admise que si un système peut exécuter des vibrations forcées sous l'action d'une force qui correspond en période, non avec une vibration primaire, mais avec une vibration secondaire. Il me semble que cela est réellement le cas, mais ce sujet me conduirait trop loin.

3. Si l'on veut étendre les considérations précédentes à des vibrations d'ordre supérieur au deuxième, on remarquera que celles-ci ne peuvent donner avec les vibrations du premier ordre des vibrations secondaires qui soient également du premier ordre. Ces dernières, c'est-à-dire des mouvements capables d'émettre de la lumière, peuvent toutefois

prendre naissance quand on combine chaque fois deux vibrations dont l'ordre diffère de 1. Si maintenant les vibrations primaires présentaient la particularité mentionnée au § 10 et observée dans les séries de raies spectrales, celle-ci ne se retrouverait pas dans les vibrations différentielles, mais bien dans les vibrations additionnelles. Cependant cette manière d'interpréter les séries de raies spectrales ne me semble guère s'accorder avec le fait qu'un si grand nombre de raies sont changées en triplets sous l'influence d'un champ magnétique.