Uit het geringe verschil telkens tusschen de twee door een accolade verbonden getallen blijkt, dat de werkelijke dispersie zeker niet veel minder goed onder de formule 3) dan onder 2) zal zijn te brengen [1]). Overigens maakte ik reeds vroeger de opmerking (l. c. p. 65) dat de uit de theorie van LORENTZ afgeleide formule voor het FARADAY-effect, wat de dispersie betreft, overeenstemt met de proeven van VERDET.

Natuurkunde. — Opmerkingen van den Heer H. A. LORENTZ naar aanleiding van bovenstaande mededeeling.

In mijne verhandeling „La théorie électromagnétique de MAXWELL et son application aux corps mouvants" [2]) heb ik de vergelijkingen die de lichtbeweging in een isotroop ponderabel dielectricum bepalen in den volgenden vorm gebracht [3]):

$$\left.\begin{aligned}
\frac{1}{q}\,\mathbf{M}_x + \frac{\varkappa}{Ne^2 V}\,\frac{\partial^2 \mathbf{M}_x}{\partial t^2} &= V\left[\frac{\partial^2 \mathfrak{M}_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathfrak{M}_y}{\partial x\,\partial y} + \frac{\partial^2 \mathfrak{M}_z}{\partial x\,\partial z} - \right.\\
&\qquad \left. - \frac{1}{V^2}\,\frac{\partial^2 \mathfrak{M}_x}{\partial t^2}\right] + 4\,\pi\,V f_o\\
\frac{1}{q}\,\mathbf{M}_y + \frac{\varkappa}{Ne^2 V}\,\frac{\partial^2 \mathbf{M}_y}{\partial t^2} &= V\left[\frac{\partial^2 \mathfrak{M}_x}{\partial x\,\partial y} + \frac{\partial^2 \mathfrak{M}_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \mathfrak{M}_z}{\partial y\,\partial z} - \right.\\
&\qquad \left. - \frac{1}{V^2}\,\frac{\partial^2 \mathfrak{M}_y}{\partial t^2}\right] + 4\,\pi\,V g_o
\end{aligned}\right\}\quad (1)$$

enz.

Daarin zijn

$\mathbf{M}_x$, $\mathbf{M}_y$, $\mathbf{M}_z$ de componenten van het electrische moment per volume-eenheid,

$\mathfrak{M}_x$, $\mathfrak{M}_y$, $\mathfrak{M}_z$ drie functiën, die met deze componenten samenhangen door de betrekkingen

---

[1]) Voor stoffen met geringeren brekingsindex (b.v. 1.4 à 1.5) is p iets meer afhankelijk van ν_0 dan voor de boven beschouwde. Stellen we voor gassen met hun geringen brekingsindex $n_0 = \nu_0 = 1 + \alpha + \frac{\beta}{\Lambda^2}$ (MASCART), dan wordt $\frac{{n_0}^2}{\Lambda V}$ en dus het FARADAY-effect evenredig met een uitdrukking van den vorm $\frac{c_1}{\lambda} + \frac{c_2}{\lambda^3}$ wat zeer goed met de proeven van SIERTSEMA (Versl. K. A. v. W. Amst. 3, p. 237, 1895) overeenstemt.

[2]) Arch. néerl., T. 25, p. 363.

[3]) t. a. p., form. (122).

$$\left(\Delta - \frac{1}{V^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\mathfrak{M}_x = -4\pi\,\mathbf{M}_x, \text{ enz.};$$

f_0, g_0, h_0 de componenten der dielectrische verplaatsing die onafhankelijk van de aanwezigheid der ponderabele molekulen in den aether kan bestaan;

V de voortplantingssnelheid van het licht in den aether;

N het aantal molekulen per volume-eenheid;

e de electrische lading van het in elk molekuul ondersteldе bewegelijke ioon.

$\varkappa$ eene grootheid die afhankelijk is van de massa van dit ioon en bovendien van zijne electrische lading;

q een coefficient die, behalve door N, e en V, nog bepaald wordt door de grootte der kracht, waarmede een ioon, als het eene kleine verplaatsing ondergaan heeft, naar den evenwichtsstand wordt teruggedreven.

De vergelijkingen (1) zijn verkregen door eerst de gewone bewegingsvergelijkingen voor een ioon op te stellen, en vervolgens, nadat deze door eV gedeeld zijn, van elken term de middelwaarde [1]) te nemen.

Vervolgens heb ik de vergelijkingen (1) vereenvoudigd door op elken term de bewerking

$$\Delta - \frac{1}{V^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}$$

toe te passen. Aldus vond ik

$$\left.\begin{aligned}
&\left(\frac{1}{q} + \frac{\varkappa}{Ne^2V}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\left(\Delta - \frac{1}{V^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\mathbf{M}_x = \\
&\qquad = -4\pi V\left[\frac{\partial^2 \mathbf{M}_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{M}_y}{\partial x\,\partial y} + \frac{\partial^2 \mathbf{M}_z}{\partial x\,\partial z} - \frac{1}{V^2}\frac{\partial^2 \mathbf{M}_x}{\partial t^2}\right] \\
&\left(\frac{1}{q} + \frac{\varkappa}{Ne^2V}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\left(\Delta - \frac{1}{V^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\mathbf{M}_y = \\
&\qquad = -4\pi V\left[\frac{\partial^2 \mathbf{M}_x}{\partial x\,\partial y} + \frac{\partial^2 \mathbf{M}_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{M}_z}{\partial y\,\partial z} - \frac{1}{V^2}\frac{\partial^2 \mathbf{M}_y}{\partial t^2}\right],
\end{aligned}\right\} \quad (2)$$

enz.,

[1]) t. a. p., § 95.

waaraan nog de uit (1) volgende betrekking

$$\frac{\partial \mathbf{M}_x}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{M}_y}{\partial y} + \frac{\partial \mathbf{M}_z}{\partial z} = 0$$

kan worden toegevoegd.

Wanneer het dielectricum dat wij beschouwen in een magnetisch veld geplaatst is, zullen de zich bewegende ionen eene kracht ondervinden, die kan worden voorgesteld door het product van hunne lading met het vectorproduct van hunne snelheid en de magnetische kracht in het veld.

Dientengevolge komen in de bewegingsvergelijkingen zekere nieuwe termen. Wij zullen onderstellen dat het magnetisch veld homogeen is en de krachtlijnen de richting der Z-as hebben. De Heer Poincaré meent, in zijne boven aangehaalde verhandeling, dat men dan aan het eerste lid van de eerste der vergelijkingen (2) een term

$$+ \varepsilon \frac{\partial \mathbf{M}_y}{\partial t}$$

en aan het eerste lid van de tweede vergelijking een term

$$- \varepsilon \frac{\partial \mathbf{M}_x}{\partial t}$$

moet toevoegen (ε evenredig met de veldsterkte), en hij komt aldus tot het besluit dat mijne theorie, hoewel zij tot eene magnetische draaiing van het polarisatievlak leidt, de wijze waarop dit verschijnsel van de golflengte afhangt, volstrekt niet kan weergeven.

Het is echter gemakkelijk in te zien dat Poincaré zich vergist heeft. Termen, zooals hij die aanneemt, moeten niet in de vergelijkingen (2), maar in de oorspronkelijke bewegingsvergelijkingen der ionen worden opgenomen. Doet men dit, dan komt men tot uitkomsten die volstrekt niet met de waarnemingen in strijd zijn.

Wanneer ξ, η, ζ de snelheidscomponenten van een ioon zijn, moet men in de twee eerste bewegingsvergelijkingen voor zulk een deeltje de termen

$$+ e H \eta \text{ en } - e H \xi$$

toevoegen, waarin H de veldsterkte voorstelt. Daardoor komen (altijd in de eerste leden) in de twee eerste der vergelijkingen (1) de termen

$$+ \frac{H}{e V N} \frac{\partial \mathbf{M}_y}{\partial t} \text{ en } - \frac{H}{e V N} \frac{\partial \mathbf{M}_x}{\partial t}$$

en in de twee eerste der formules (2) de termen

$$\frac{H}{e\,V N}\left(\Delta - \frac{1}{V^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\frac{\partial\,\mathbf{M}_y}{\partial t}$$

en

$$-\frac{H}{e\,V N}\left(\Delta - \frac{1}{V^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\frac{\partial\,\mathbf{M}_x}{\partial t} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (3)$$

Men ziet aanstonds in, dat hierdoor het bezwaar van POINCARÉ wordt opgeheven. Bij enkelvoudige trillingen komt nl. de bewerking

$$\Delta - \frac{1}{V^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}$$

neer op vermenigvuldiging met eene grootheid die den factor n^2 bevat, als n het aantal trillingen in den tijd $2\,\pi$ voorstelt. Met diezelfde grootheid wordt ook de waarde vermenigvuldigd, die men voor de draaiing van het polarisatievlak over een afstand gelijk de golflengte vindt, en het bezwaar was juist dat in die waarde, zooals zij door POINCARÉ berekend werd, de factor $\frac{1}{n}$ en niet, zooals in de formule van AIRY, de factor n optrad.

Door de termen (3) aan de vergelijkingen (2) toe te voegen vind ik voor de draaiing van het polarisatievlak per lengte-eenheid, bij voortplanting langs de krachtlijnen,

$$\omega = \frac{H}{8\,\pi\,e\,V^2 N}\,\frac{(\nu^2-1)^2}{\nu}\,.\,n^2, \quad \ldots\ldots\ldots (4)$$

waarin ν den brekingsindex van het dielectricum buiten het magnetisch veld voorstelt.

De waarnemingen leeren nu inderdaad dat bij benadering de draaiing per lengte-eenheid omgekeerd evenredig is met de tweede macht der golflengte in de lucht, dus rechtstreeks evenredig met n^2. De afwijkingen van deze wet — de draaiing blijkt nl. nog wat sneller toe te nemen dan n^2 — kunnen zeer goed door een factor zooals $\frac{(\nu^2-1)^2}{\nu}$ in bovenstaande formule worden weergegeven. Immers, deze factor zal steeds grooter worden, wanneer n en daarmede ν toeneemt.

Vóór ik de uitkomsten eener numerieke berekening voor een enkel geval mededeel, wil ik nog opmerken dat de formule (4), ondanks het verschil in vorm, in geenen deele in strijd is met de vergelijking, door WIND in het bovenstaande opstel medegedeeld. Immers, die vergelijking bevat den factor C, die zeer goed van het aantal trillingen kan afhangen, evenals dat met den gewonen brekingsindex het geval is. De boven ontwikkelde theorie onderscheidt zich van die van WIND in zoo verre, dat zij, uitgaande van de beschouwing van trillende ionen, waarvan de massa in rekening gebracht wordt, tot eene verklaring van deze afhankelijkheid leidt. Intusschen mag aan deze verklaring niet te veel gewicht worden gehecht. Ik had in de aangehaalde verhandeling in 't bijzonder de meêsleeping der lichtgolven door in beweging verkeerende ponderabele stof op het oog, en heb mij, om de vergelijkingen niet al te ingewikkeld te maken, tot de eenvoudige onderstelling bepaald dat elk molekuul slechts één bewegelijk ioon bevat. Vat men de zaak algemeener op, dan kan men voor de kleurschifting andere formules verkrijgen dan uit de vergelijkingen (2) volgen, maar het is zeer goed mogelijk dat dan ook in de formule (4) de factor

$$\frac{(\nu^2-1)^2}{\nu}$$

door een anderen zal moeten worden vervangen.

Het is intusschen de moeite waard, de formule, zooals zij nu is, met de waarnemingen te vergelijken.

Volgens VERDET staan bij zwavelkoolstof, bij 24°,9, de waarden van ω voor de FRAUNHOFER'sche lijnen C, D, E, F en G tot elkander als de getallen

$$0{,}592 \qquad 0{,}768 \qquad 1 \qquad 1{,}234 \qquad 1{,}704 \quad . \; . \; . \quad (5)$$

De waarden van n^2 verhouden zich als

$$0{,}645 \qquad 0{,}800 \qquad 1 \qquad 1{,}175 \qquad 1{,}495; \quad . \; . \; . \quad (6)$$

die van $\dfrac{(\nu^2-1)^2}{\nu}$ als

$$0{,}928 \qquad 0{,}958 \qquad 1 \qquad 1{,}040 \qquad 1{,}123 \quad . \; . \; . \quad (7)$$

Vermenigvuldigt men de getallen (6) met de getallen (7), dan verkrijgt men

$$0{,}599 \qquad 0{,}766 \qquad 1 \qquad 1{,}222 \qquad 1{,}679,$$

wat voldoende met (5) overeenstemt, om te doen zien dat de theorie in hoofdzaak rekenschap van het verschijnsel kan geven.