

Natuurkunde. — De heer LORENTZ doet eene mededeeling: „*Over den aard der RÖNTGEN-stralen.*”

§ 1. Volgens de theorie die de meeste aanhangers heeft, bestaan de RÖNTGEN-stralen uit eene opeenvolging van kortstondige evenwichtsverstoringen, die elk door den stoot van een electron der kathodestralen tegen de antikathode worden voortgebracht. J. J. THOMSON stelde zich voor dat het electron zijne snelheid *plotseling* verliest, wat ten gevolge zou hebben, dat de dikte der voortgebrachte golf gelijk is aan de middellijn van het electron. Neemt men daarentegen aan dat het „remmen” van het kathodestraaldeeltje in een zekeren tijd T plaats heeft, die groot is in vergelijking met den tijd dien het licht zou behoeven om de middellijn van het electron te doorloopen, dan wordt de dikte Δ van de golf aanmerkelijk grooter dan die middellijn.

Het onderwerp van deze mededeeling is de vraag hoe de evenwichtsverstoring in de golf in de richting der dikte van punt tot punt verandert, of, wat op hetzelfde neerkomt, welke evenwichtsverstoringen in een bepaald punt, als de golf eroverheen strijkt, op elkaar volgen. Ter vereenvoudiging zullen wij aannemen dat de snelheid der kathodestraaldeeltjes klein is in vergelijking met de lichtsnelheid c . Door de complicaties, die grootere snelheid der kathodestralen met zich brengt, zouden de besluiten waartoe wij zullen komen in hoofdzaak niet gewijzigd worden.

Ten gevolge onzer onderstelling mogen wij zeggen dat in een bepaald punt de evenwichtsverstoring gedurende een tijd T bestaat en dat de dikte der golf $c T$ is; inderdaad kan men, in vergelijking met de dikte der golf, van de afstanden die het electron in den T doorloopt, afzien en dus zeggen dat de golf door twee concentrische bollen, waarvan de stralen $c T$ verschillen, begrensd is.

De electriche en de magnetische kracht in de golf hangen nu op eenvoudige wijze samen met de *snelheidsveranderingen* van het kathodestraaldeeltje. Stel dat dit op zeker oogenblik, als het zich in een punt O bevindt, de versnelling j heeft. Dan zal dientengevolge in een verwijderd punt P , op een afstand r van O verwijderd, een tijd $\frac{r}{c}$ later, eene electriche kracht $\mathfrak{E}$ bestaan, die in het door j en OP gebrachte vlak ligt en loodrecht op OP gericht is; zij gaat gepaard met eene magnetische kracht $\mathfrak{H}$, loodrecht op het genoemde vlak. De electriche kracht wordt in richting en grootte door

$$\mathfrak{E} = - \frac{e}{4\pi c^2 r} j_p \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

gegeven, waarin e de lading van het electron voorstelt, en j_p de component van zijne versnelling loodrecht op de lijn OP . De magnetische kracht heeft dezelfde grootte als $\mathcal{E}$ en hare richting kan nader bepaald worden door in aanmerking te nemen dat de energiestroom van O af gericht is.

Men heeft veelal aangenomen dat het kathodestraaldeeltje, terwijl het tot stilstand gebracht wordt, op de rechte lijn blijft, die het oorspronkelijk volgde, en dat zijne snelheid nul wordt, zonder van richting te veranderen. Volgens deze onderstelling, die ik door I zal aanduiden, zou de elektrische kracht $\mathcal{E}$ in een bepaald punt P gedurende den tijd T voortdurend dezelfde richting hebben, en zou hetzelfde gezegd kunnen worden van de elektrische kracht in de verschillende punten van de golfdikte Δ . Nog eenvoudiger wordt de zaak als men zich voorstelt (onderstelling I') dat het kathodestraaldeeltje een *evenparig* vertraagde beweging heeft. Dan zou ook (daar men van de veranderlijkheid van r mag afzien) de grootte van $\mathcal{E}$ in alle punten der dikte dezelfde zijn.

Neemt men daarentegen aan dat het electron, vóór het stilstaat, in de oorspronkelijke richting heen en weer gaat, of een zigzaglijn beschrijft, dan zal men in de dikte van de golf wisselingen van $\mathcal{E}$ in richting aantreffen. Hetzelfde zal in het algemeen het geval zijn wanneer het kathodestraaldeeltje andere electronen, die zich in de antikathode bevinden, in beweging brengt, zoodat ook deze door hunne uitstraling tot de opgewekte evenwichtsverstoring bijdragen. De onderstelling dat in den tijd T of, op een bepaald oogenblik, langs de dikte Δ , de evenwichtsverstoring in richting wisselt, zal ik met II aanduiden.

§ 2. Tot een oordeel over deze onderstellingen kunnen ons de verschijnselen der secundaire stralen leiden, die BARKLA uitvoerig onderzocht heeft. Deze natuurkundige heeft gevonden dat de secundaire stralen die ontstaan wanneer de primaire stralen op zelfstandigheden met klein atoomgewicht (beneden 30 ongeveer) vallen, in eigenschappen (doordringingsvermogen) met de primaire overeenstemmen, maar dat de zware metalen tot secundaire stralen van anderen aard en karakteristiek voor elk metaal aanleiding geven. In het eerste geval, waartoe wij ons hier bepalen zullen, kan men zeggen dat de secundaire stralen niet anders zijn dan *verstrooide* primaire stralen: de electronen in het getroffen lichaam worden door de elektrische kracht in de primaire stralen in beweging gebracht en worden daardoor zelf stralingsmiddelpunten. Dat daarbij de eigenschappen der stralen behouden blijven, schijnt op het eerste gezicht

zeer eenvoudig te verklaren. Is nl. een electron met de lading e en de massa m aan een primaire RÖNTGEN-golf blootgesteld, dan wordt zijne versnelling j bepaald door de vergelijking

$$mj = e\mathfrak{E}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

Men mag nl. in eerste benadering van den weerstand die met de secundaire uitstraling verbonden is, afzien en men mag bij de kortstondige werkingen waarvan hier sprake is, het electron als *vrij* beschouwen. Uit (2) volgt nu dat de versnelling j evenredig met de electrische kracht in de primaire golf is, en als men nu de vergelijking (1) op de secundaire straling toepast, vindt men dat $\mathfrak{E}'$, de electrische kracht in de secundaire straling, juist omdat zij door de versnelling j bepaald wordt, mede evenredig met $\mathfrak{E}$ in de primaire golf is. Niet alleen zal een versnelling j van het getroffen electron en dus ook $\mathfrak{E}'$, juist gedurende een tijd T bestaan, zoodat de secundaire golf dezelfde dikte heeft als de primaire, maar veranderingen die $\mathfrak{E}$ gedurende den tijd T in richting of grootte mocht ondergaan, zal men in j en $\mathfrak{E}'$ terugvinden.

BARKLA voegt hier eene van J. J. THOMSON afkomstige beschouwing aan toe, die het mogelijk maakt uit de waargenomen intensiteit der secundaire stralen het aantal electronen in het lichaam, waardoor zij ontstaan, den „radiator”, te vinden. Ik geef deze beschouwing hier weer in de onderstelling dat men met een luchtmasa te doen heeft, en wel met een massa van zoo kleine dikte dat de verzwakking der primaire stralen slechts een klein gedeelte van hunne oorspronkelijke intensiteit is.

Uit verg. (1) vindt men gemakkelijk voor de energie die per tijdseenheid door het electron tengevolge van de versnelling j wordt uitgestraald,

$$\frac{e^2}{6\pi c^3} j^2$$

en hieruit volgt, als men $i = \frac{e}{m} \mathfrak{E}$ stelt, voor de totale energie in de secundaire golf

$$\frac{e^4}{6\pi c^3 m^2} \int_{(T)} \mathfrak{E}^2 dt.$$

Zijn er N verstrooiende electronen, en neemt men aan dat elk daarvan evenveel energie uitstraalt alsof het alleen aanwezig was, dan komt er voor de totale secundaire straling

$$\frac{Ne^4}{6\pi c^3 m^2} \int_{(T)} \mathfrak{E}^2 dt.$$

Nu is echter

$$c \int_T \mathfrak{E}^2 dt$$

de energie die de primaire stralen per vlakke-eenheid toevoeren. Uit de verhouding van de intensiteit der primaire en secundaire stralen kan men dus de grootheid

$$\frac{Ne^4}{6\pi c^4 m^2}$$

en, daar e en m bekend zijn, ook N afleiden. Daar men ook het aantal lichtmolekulen kent, kan worden berekend hoeveel werkzame electronen elk molekuul bevat; BARKLA vindt hiervoor ongeveer 25.

§ 3. Bij deze beschouwingen is over het hoofd gezien dat, althans in de onderstellingen I en I' , de superpositie der van de verschillende electronen uitgaande secundaire golven de secundaire intensiteit zeer aanmerkelijk moet verhoogen.

Zij O het punt waarvan de primaire stralen uitgaan, M het verstrooiende lichaam, A een willekeurig punt daarvan, P een verwijderd punt, waar wij de secundaire beweging beschouwen, AB het verlengde van OA . Wij nemen vooreerst onderstelling I' aan. Wanneer wij de afstanden OA en AP als zeer groot in vergelijking met de afmetingen van M beschouwen, kunnen wij zeggen dat de primaire stralen in elk punt van M gedurende een tijd T een electrische kracht van bepaalde grootte $\mathfrak{E}$, loodrecht op OA , brengen. Zij I' het vlak door OA en de richting van $\mathfrak{E}$ gebracht, ϑ de hoek BAP en q de hoek dien het vlak BAP met I' vormt.

Vatten wij nu al de electronen C in het oog, voor welke $OC + CP$ een bepaalde waarde heeft. Zij liggen op een omwentelingsellipsoïde die O en P tot brandpunten heeft, en waarvan, als de hoek ϑ niet zeer klein is, het deel dat in het lichaam M valt, geacht kan worden een plat vlak W te zijn, waarvan de normaal den hoek OIQ midden door deelt. Het is duidelijk dat al deze electronen C tengevolge van de versnellingen die zij achtereenvolgens van de invallende golf krijgen, op *hetzelfde* oogenblik gelijke en gelijkgerichte electrische krachten in P teweegbrengen. Verder dat, wegens den tijdsduur T van de primaire evenwichtsverstoring, hetzelfde geldt van alle electronen liggende in een dunne laag tusschen twee vlakken W en W' van de zooeven genoemde richting. De electrische krachten die deze deeltjes in P teweegbrengen, worden dus alle bij elkaar opgeteld, en daar de intensiteit evenredig is met de tweede macht der resulterende electrische kracht, geeft dit tot een aanmerkelijke versterking

aanleiding, omdat, zooals nog zal blijken, het aantal electronen in de „werkzame” laag onder gewone omstandigheden zeer groot is.

Voor de electriche kracht die één electron in P geeft, vindt men als $AP = r$ is :

$$\frac{e^2 \mathfrak{E}}{4\pi c^2 m r} V \sin^2 q + \cos^2 q \cos^2 \vartheta \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

De dikte der werkzame laag bedraagt

$$\frac{L}{2 \sin \frac{1}{2} \vartheta} ,$$

en men mag dus, als S de doorsnede van het lichaam M met het vlak H is en n het aantal electronen per volume-eenheid, voor het aantal werkzame electronen schrijven

$$\frac{nLS}{2 \sin \frac{1}{2} \vartheta} .$$

Door (3) hiermede te vermenigvuldigen vindt men de electriche kracht $\mathfrak{E}'$, die in P op een bepaald oogenblik bestaat; daaraan beantwoordt dan verder een energiestroom die door een vlakke-element $d\sigma$ loodrecht op AP

$$c \mathfrak{E}'^2 d\sigma$$

bedraagt.

Wij moeten nu opmerken dat wanneer wij één enkele primaire golf beschouwen en een bepaald tijdstip t in het oog vatten, waarvoor wij den toestand in P berekenen willen, de werkzame laag een bepaalden stand heeft. Terwijl t aangroeit verschuift zij in de richting van hare normaal met een snelheid

$$\frac{c}{2 \sin \frac{1}{2} \vartheta} .$$

In P zal nu eene electriche kracht bestaan, zoolang de werkzame laag door het lichaam M heen loopt. Bij de schatting waarom het ons te doen is, kunnen wij zeggen dat dit gedurende een tijd

$$\frac{2l \sin \frac{1}{2} \vartheta}{c} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

is, als de afmetingen van het lichaam van de orde van grootte eener lijn l zijn. Voeren wij bovendien voor de doorsnede S een constante gemiddelde waarde in, dan vinden wij voor de energie die in het geheel, ten gevolge van één primaire golf, door het element $d\sigma$ stroomt,

$$\frac{ln^2 \Delta^2 S^2 e^4 \mathfrak{E}^2}{32 \pi^2 c^4 m^2} \cdot \frac{\sin^2 q + \cos^2 q \cos^2 \vartheta}{r^2 \sin \frac{1}{2} \vartheta} d\sigma .$$

Hiernit leiden wij de hoeveelheid energie af, die aan de secundaire straling naar alle zijden eigen is, door $d\sigma$ te vervangen door

$$r^2 \sin \vartheta \, d\vartheta \, d\varphi$$

en vervolgens naar φ tusschen 0 en 2π , naar ϑ tusschen 0 en π te integreeren. De uitkomst is

$$\frac{11}{60} \frac{\ln^2 \Delta^2 S^2 e^4 \mathfrak{E}^2}{\pi c^4 m^2} \dots \dots \dots (5)$$

Daar men nu voor de energie die de primaire golf aan het lichaam toevoert, mag schrijven

$$cS\mathfrak{E}^2 T = \Delta S\mathfrak{E}^2,$$

vindt men voor het gedeelte der invallende energie dat verstrooid wordt

$$k = \frac{11}{60} \frac{\ln^2 \Delta S e^4}{\pi c^4 m^2} \dots \dots \dots (6)$$

Hadden wij de energie

$$\frac{e^4 \mathfrak{E}^2 T}{6\pi c^3 m^2} = \frac{e^4 \mathfrak{E}^2 \Delta}{6\pi c^4 m^2}$$

die één electron verstrooit, met het geheele aantal electronen $n\Delta S$ vermenigvuldigd, dan hadden wij in plaats van (5) gekregen

$$\frac{\ln \Delta S e^4 \mathfrak{E}^2}{6\pi c^4 m^2}$$

en in plaats van (6)

$$k' = \frac{\ln e^4}{6\pi c^4 m^2}.$$

De verhouding

$$\frac{k}{k'} = \frac{11}{10} n\Delta S,$$

hangt, zooals te verwachten was, op eenvoudige wijze samen met het aantal electronen $n\Delta S$ die in eene werkzame laag liggen.

Daar de massa m van een electron bepaald wordt door

$$m = \frac{e^2}{6\pi c^2 R}$$

kan men voor (6) ook schrijven

$$k = \frac{33}{5} \pi n^2 l \Delta S R^2.$$

Om nu, zonder te overdrijven, een schatting te maken, nemen wij aan dat de afmetingen van het verstrooiende lichaam van de orde van grootte van een centimeter zijn, zoodat $l=1$ en $S=1$ kan

gesteld worden, verder dat de dikte der primaire golf gelijk is aan de middellijn van een electron en eindelijk dat elk lichtmolekuul slechts één electron bevat. Dan is het aantal electronen per cm^3 (bij 18°C . en 76 cm. druk) $n = 2,6 \cdot 10^{19}$ en daar $R = 1,5 \cdot 10^{-13}$ cm is, vindt men voor het aantal electronen in de werkzame laag $7,8 \cdot 10^6$, zoodat $\frac{k}{k'}$ zeer groot wordt. Wat het getal k betreft, dit wordt

ongeveer 95, een nitkomst die natuurlijk wil zeggen dat de primaire stralen de onderstelde luchtmassa van 1 cm^3 niet zouden kunnen doordringen, maar al spoedig geheel verstrooid zouden zijn.

Wij zouden nog meer reden hebben om hiertoe te besluiten, zoo wij in de gemaakte onderstellingen eenige voor de hand liggende wijzigingen brachten. Het getal k zou nl. nóg grooter worden wanneer wij aannamen dat elk molekuul meer dan één electron bevat, zoo wij de doorsnede S grooter maakten of aan de primaire golf een grootere dikte toekenden. Wat dit laatste betreft, moge eraan herinnerd worden, dat WIEN tot de waarde 10^{-10} cm is gekomen, HAGA en WIND tot 10^{-8} , SOMMERFELD tot 10^{-9} . Met zulke waarden van Δ zou het aantal electronen in de werkzame laag aanmerkelijk grooter worden dan met de boven aangenomen waarde $3 \cdot 10^{-13}$ en het getal k waardoor de intensiteit der verstrooiing bepaald wordt, zou in dezelfde mate toenemen.

§ 4. Eindelijk moet nog op eene andere omstandigheid de aandacht worden gevestigd. Wij hebben tot nog toe slechts van één primaire golf gesproken. Maar in werkelijkheid volgen vele zulke golven elkaar snel op, en komen in het verwijderde punt P de evenwichtsverstoringen samen, die van een aantal, aan die golven beantwoordende, onderling evenwijdige werkzame lagen afkomstig zijn. Volgens de onderstelling I' zouden nu, daar men zich mag voorstellen dat de verschillende kathodestraaldeeltjes op dezelfde wijze tot rust komen, de electronen in de verschillende werkzame lagen alle op hetzelfde oogenblik een gelijkgerichte elektrische kracht in P teweegbrengen, wat op nieuw tot een aanmerkelijke versterking der secundaire stralen, in vergelijking met de primaire, aanleiding zou geven.

Om te beoordeelen hoe ver dit zou gaan, zou men moeten weten hoe groot het aantal electronen is, dat per tijdseenheid tegen de antikathode botst, en dat ik r zal noemen. WIEN heeft bij proeven waardoor hij de gezamenlijke energie der kathodestralen bepaalde, terwijl hij ook hun snelheid kende, daarvoor gevonden $r = 7 \cdot 10^{14}$. Daaruit zou volgen dat er per seconde evenveel primaire golven

ontstaan en deze zouden dus op een afstand $\frac{c}{r} = 4.10^{-5}$ cm van elkaar liggen. Daar dit aanmerkelijk grooter is dan zelfs de grootste waarde van $\angle$ waarvan boven sprake was, zal men mogen aannemen dat de primaire golven nog geheel buiten elkaar liggen.

Ditzelfde moet dan ook van de verschillende werkzame lagen gelden. Voor den afstand daarvan vindt men gemakkelijk

$$\frac{c}{2r \sin \frac{1}{2}\vartheta}$$

zoodat er, als ϑ niet zeer klein is, op een afstand van 1 cm inderdaad zeer vele werkzame lagen voorkomen. De berekening van het getal k moet nu iets anders worden ingekleed. De elektrische kracht $\mathfrak{E}'$ waarvan in § 3 sprake was, wordt n.l. vermenigvuldigd met

$$\frac{2lr \sin \frac{1}{2}\vartheta}{c},$$

het aantal werkzame lagen. Dit geeft

$$\mathfrak{E}' = \frac{lrn\angle S e^2 \mathfrak{E}}{4\pi c^3 mr} V \sin^2 q + \cos^2 q \cos^2 \vartheta$$

en voor den energiestroom per tijdseenheid door het element $d\sigma$

$$\frac{l^2 r^2 n^2 \angle^2 S^2 e^4 \mathfrak{E}^2}{16\pi c^5 m^2 r^2} (\sin^2 q + \cos^2 q \cos^2 \vartheta) d\sigma.$$

Ten slotte wordt de geheele energie der secundaire stralen per tijdseenheid

$$\frac{l^2 r^2 n^2 \angle^2 S^2 e^4 \mathfrak{E}^2}{6\pi c^5 m^2},$$

en deelt men dit door de invallende energie

$$r\mathfrak{E}^2 S\angle,$$

dan vindt men voor het gezochte verhoudingsgetal

$$k = \frac{l^2 r n^2 \angle S e^4}{6\pi c^5 m^2},$$

wat zich van de vroegere waarde (6) door den factor

$$\frac{10lr}{11c},$$

volgens het boven gezegde een groot getal, onderscheidt.

§ 5. Uit deze beschouwingen blijkt dat de onderstelling I' tot verschillende gevolgtrekkingen leidt, die in tegenspraak met de erva-

ring zijn. Niet alleen zou de verstrooiing veel meer bedragen dan in werkelijkheid het geval is, maar de intensiteit der secundaire stralen zou evenredig zijn met de tweede macht van het aantal verstrooiende molekulen, terwijl zij, voor zoover men weet, van de eerste macht daarvan afhangt. Bovendien zou het kortstondige der evenwichtsverstoringen dat kenmerkend is voor de primaire stralen, in de secundaire geheel verdwenen zijn. De evenwichtsverstoring in deze laatste zou zich, ook al was er maar één primaire golf, over den door [4] bepaalden tijd uitstrekken, en zij zou (met toevallige wisselingen) aanhoudend bestaan, als een groot aantal primaire golven op elkaar volgen.

Het behoeft geen betoog dat men tot dergelijke besluiten ook zou komen als men van de onderstelling (1) nitging. De versterking der secundaire stralen die het gevolg is van de superpositie der van verschillende electronen afkomstige golven moet ook dan nog bestaan, al is het misschien in iets mindere mate dan boven werd berekend, wanneer in de dikte der primaire golf de elektrische kracht wel is waar in alle punten dezelfde richting, maar niet meer dezelfde grootte heeft.

Aan de onaannemelijke gevolgtrekkingen waarop hier gewezen werd, kan men, naar het mij voorkomt, slechts ontkomen door aan te nemen dat langs de dikte eener golf de elektrische kracht niet overal dezelfde richting heeft, en wel met zoodanige sterkte in de eene richting en de andere, dat de gemiddelde waarde 0 is.

Om dit aan te toonen kan de volgende beschouwing dienen, die tevens kan strekken om het boven gezegde verder op te helderen.

Wij vatten de dunne golven W der primaire stralen in het oog en de golven W' die daaruit door de werking der afzonderlijke electronen in het verstrooiende lichaam ontstaan, en alle te zamen de secundaire stralen samenstellen.

Bij de vroeger gemaakte onderstellingen kunnen de golven W nabij het lichaam M en eveneens de golven W' nabij het punt P als plat beschouwd worden; de eerste staan loodrecht op de lijn QA , de laatste loodrecht op AP . Wij kunnen aannemen dat alle golven W en W' dezelfde dikte Δ hebben en dat in alle de elektrische kracht op dezelfde wijze verdeeld is. Terwijl nu echter de primaire golven geheel buiten elkaar liggen, vallen zeer vele secundaire golven samen. Is nl. $N = n\Delta S$ het aantal electronen in het lichaam, dan ontstaan uit één invallende golf

$$n\Delta S$$

secundaire, die op de lijn AP een afstand l beslaan, terwijl de som hunner dikten $l' = n\Delta S\Delta$ is. De verhouding

$$\frac{l'}{l} = nS\Delta$$

is gelijk aan het vroeger beschouwde aantal electronen in een werkzame laag en dus, zooals wij reeds weten, een zeer groot getal. Daar dus de gezamenlijke dikte der golven W'' veel grooter is dan het deel van AP dat zij beslaan, moeten noodzakelijk een zeer groot aantal dezer golven elkaar bedekken. In nog meerdere mate geldt dit besluit, als men de golven W'' beschouwt, die niet uit één maar uit alle primaire golven ontstaan.

§ 6. Wij beschouwen nu de energie op zeker oogenblik aanwezig binnen een nabij het punt P gelegen cilinder C , waarvan grond- en bovenvlak loodrecht op de lijn AP staan. Daarbij nemen wij aan dat deze vlakken de grootte 1 hebben en dat de cilinder de eenheid van lengte heeft. Laat k het aantal golven W'' zijn, waarvan het voorvlak, d.i. het van A afgekeerde zijvlak, binnen C ligt, en laat in een bepaald punt van AP binnen den cilinder $E_1, E_2, \dots E_k$ de volgens een vaste, loodrecht op AP staande richting h onthondenen der electricische kracht zijn, die bij de k golven behooren; wel te verstaan zijn van al deze grootheden alleen die van 0 verschillend, welke behooren tot de golven binnen welke het beschouwde punt ligt. Als nu ds een element van de lijn AP is, dan vindt men voor het gezochte arbeidsvermogen, voor zoover het bij de richting h der electricische kracht behoort,

$$U = \int (E_1^2 + E_2^2 + \dots + E_k^2) ds \quad . \quad . \quad . \quad (7)$$

waarbij de integratie over de lengte-eenheid moet worden uitgestrekt. Deze waarde bestaat nu uit twee deelen, waarvan het eene

$$U_1 = \int (E_1^2 + E_2^2 + \dots + E_k^2) ds$$

niet anders is dan de som van de waarden die de energie voor elke golf W'' op zich zelf heeft, terwijl het tweede deel U_2 , dat van de dubbele producten in de ontwikkeling van (7) afkomstig is, aan het over elkaar vallen der golven is toe te schrijven.

Wij kunnen nu, als twee golven elkaar voor een deel bedekken, de golf W''_1 onderscheiden, die in de voortplanting van A af het verst is gevorderd, en de golf W''_2 , die het minst gevorderd is. Den afstand η der voorvlakken van de beide golven kunnen wij den voorsprong noemen, dien W''_1 op W''_2 heeft.

Duiden wij nu nog met ξ den afstand van een punt binnen een golf tot haar voorvlak aan, en met $f(\xi)$ de electricische kracht der golf in dat punt, welke kracht in alle golven dezelfde functie van

ξ is, dan vinden wij gemakkelijk voor het deel van U_2 dat bij W'_λ en W'_λ behoort,

$$U_{\lambda,\lambda} = 2 \int_{\eta}^{\Delta} f'(\xi) f(\xi - \eta) d\eta. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

en wij vinden

$$U_2 = \sum_{\lambda} \sum_{\lambda} U_{\lambda,\lambda},$$

waarin eerst een bepaalde golf W'_λ gecombineerd wordt met alle golven W'_λ die er gedeeltelijk mee samenvallen en die minder ver gevorderd zijn dan W'_λ , zelt, terwijl vervolgens over alle golven W'_λ gesommeerd wordt.

In de alleszins gerechtvaardigde onderstelling dat de voorvlakken der golven W' zonder eenige regelmaat over de lijn AP verdeeld zijn, kunnen wij gemakkelijk aangeven met hoeveel golven W'_λ gemiddeld genomen een bepaalde golf W'_λ op zoodanige wijze samenvalt, dat de voorsprong van W'_λ op W'_λ tusschen η en $\eta + d\eta$ ligt. Immers, dit vereischt dat het voorvlak van W'_λ een element $d\eta$ van de lijn AP snijdt, en daar er $k-1$ golven W'_λ op de lengte-eenheid voorkomen, is het gezochte aantal $(k-1) d\eta$, waarvoor wij, omdat k zeer groot is, mogen schrijven $k d\eta$.

Het samenvallen van W'_λ met andere golven, zóó dat de voorsprong tusschen de genoemde grenzen ligt, levert dus voor U_2 de bijdrage

$$k U_{\lambda,\lambda} d\eta$$

op, en daar η van 0 tot Δ kan veranderen, vindt men voor de gemiddelde waarde van

$$\sum_{\lambda} U_{\lambda,\lambda} \\ k \int_0^{\Delta} U_{\lambda,\lambda} d\eta.$$

Hieruit wordt U_2 gevonden, als men met k , het aantal der golven W'_λ , vermenigvuldigt. Dus, als men (8) in aanmerking neemt,

$$U_2 = 2k^2 \int_0^{\Delta} d\eta \int_{\eta}^{\Delta} f'(\xi) f(\xi - \eta) d\xi,$$

of, als men de volgorde der integraties omkeert,

$$U_2 = 2k^2 \int_0^{\Delta} \int_0^{\xi} f'(\xi) f(\xi - \eta) d\xi d\eta.$$

Voert men bij de eerste integratie

wisselt zij misschien in richting, toch in hoofdzaak dezelfde richting moet hebben als bij een rechtlijnig remmen van het kathodestraal-deeltje het geval zou zijn; de gemiddelde elektrische kracht zou dan niet, zooals (9) verlangt, 0 kunnen zijn.

Hieromtrent kan het volgende worden opgemerkt. Hoe de elektrische kracht in de golf ook verdeeld moge zijn, welke functie $F(\xi)$ zij ook is van den afstand ξ tot het voorvlak, men kan altijd stellen

$$F(\xi) = \overline{F(\xi)} + f(\xi), \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (10)$$

waarin de eerste term in het tweede lid de middelwaarde

$$\overline{F(\xi)} = \frac{1}{\Delta} \int_0^{\Delta} F(\xi) d\xi$$

voorstelt.

De golf kan nu worden opgevat als te bestaan uit twee op elkaar gesuperponeerde die aan de beide termen in (10) beantwoorden. Daar nu $\overline{F(\xi)}$ over de geheele dikte der golf hetzelfde is, zal de daaraan beantwoordende evenwichtsverstoring in hooge mate door de ponderabele materie verstrooid worden. Het kan zijn dat dientengevolge uit de RÖNTGEN-stralen waarmede wij experimenteeren, die reeds het glas der buis en een afstand in de lucht doorloopen hebben, die eerste evenwichtsverstoring zoo goed als verdwenen is, zoodat men alleen nog te doen heeft met die, welke aan den laatsten term van (10) beantwoordt, en die klaarblijkelijk aan de voorwaarde (9) voldoet.

Mikrologie. — De Heer BEJERINCK doet een mededeeling: „*Over de samenstelling der tyrosinase uit twee enzymen*”.

Het produkt van de werking der tyrosinase op de tyrosine wordt gewoonlijk melanine genoemd, waarvan de kleur pikzwart kan zijn maar dat bij de proeven ook kan voorkomen in allerlei nuancen tussehen licht blond, zuiver rood, bruin rood, sepia en zwart. Deze kleurstoffen zijn van buitengewone stabiliteit en verdragen verhitting met sterke alkaliën en sterk zwavelzuur, waarbij het zwart eenigszins naar het bruin overslaat maar in hoofdzaak onveranderd blijft. Zelfs met matig geconcentreerd salpeterzuur gekookt blijven de melaninen bijna onveranderd. Men neemt aan dat de kleurstoffen van de haren en de huid van hoogere dieren met deze lichamen samen hangen en uit tyrosine ontstaan.

Melaninevorming door symbiose van een Actinomyces met een bacterie.

Indien men een kultuurplaat vervaardigt van de samenstelling: