OVER DE

SCHIJNBARE ADHAESIE VAN VASTE LICHAMEN.

ACADEMISCH PROEFSCHRIFT,

DOOR

B. J. GOOSSENS.

LEIDEN,
P. SOMERWIL.
1878.

OVER DE SCHIJNBARE ADHAESIE VAN VASTE LICHAMEN.

LEIDEN: BOEKDRUKKERIJ VAN L. VAN NIFTERIK HZ.

OVER DE
SCHIJNBARE ADHAESIE VAN VASTE LICHAMEN.

ACADEMISCH PROEFSCHRIFT,

TER VERKRIJGING VAN DEN GRAAD VAN

Doctor in de Wis- en Natuurkunde,

AAN DE RIJKSUNIVERSITEIT TE LEIDEN,

OP GEZAG VAN DEN RECTOR MAGNIFICUS

D^{R}. R. J. FRUIN,

HOOGLEERAAR IN DE FACULTEIT DER LETTEREN EN WIJSBEGEERTE,

VOOR DE FACULTEIT TE VERDEDIGEN

op Zaterdag den 6^{den} Juli 1878, des namiddags te 3 uren,

DOOR

BAREND JAN GOOSSENS,

GEBOREN TE WINTERSWIJK.

LEIDEN,

P. SOMERWIL.

1878.

Wanneer men twee vlak geslepen platen van glas of metaal tegen elkaar legt, dan is er steeds een zekere kracht noodig om ze van elkander te scheiden. Men geeft aan dit verschijnsel den naam van adhaesie en verklaart het gewoonlijk door eene aantrekking, die de moleculen der verschillende lichamen op elkander uitoefenen.

Huijgens, Opera varia vol. I, meldt reeds, dat hij twee plaatjes van spiegelmetaal heeft van de grootte van een vierkanten duim, die met zulk eene kracht aan elkaar kleven dat zij een eraan gehangen gewicht van drie pond zoo lang kunnen dragen als men verkiest. Hij verklaart het verschijnsel niet door eene aantrekking, maar door de drukking der lucht op de platen.

Prechtl, Pogg. Ann. XV, nam proeven met metalen platen, waarvan hij de eene aan den arm eener balans ophing en vond, dat er niet alleen eene aantrekking bestond bij direkte aanraking, maar zelfs op een afstand van een halve lijn, welke laatste nog door kleine gewichten kon gemeten worden. De geaequilibreerde zwevende plaat werd door de andere evenwijdige plaat op geringen afstand aangetrokken, tot dat de beide platen elkaar aanraakten, wat met zichtbare versnelling en eene soort van stoot gebeurde.

Verdere mededeelingen over dit onderwerp vindt men nog bij NEWTON, DUTOUR, RUHLAND en anderen, doch ik zal hierover niet verder uitwijden; het was alleen mijn doel om aan te toonen, hoe zeer men van het bestaan van eene adhaesie tusschen vaste lichamen overtuigd was. De meeste leerboeken over natuurkunde wijden er dan ook eene afzonderlijke paragraaf aan en wijzen daarbij meestal op de proeven van MUSSCHENBROEK. Het zal daarom misschien vreemd schijnen, dat ik zijne onderzoekingen niet in de eerste plaats heb vermeld; de reden daarvan is, dat de proeven van MUSSCHENBROEK geene eigenlijke adhaesieproeven zijn, want hij bracht vet of water tusschen de platen vóór hij ze op elkaar legde.

In de Wiener Berichte van 1874 komt een opstel voor van STEFAN, waarin hij het verschijnsel op eene geheel andere wijze verklaart.

Hij hing de eene plaat aan den arm eener balans en vond, dat ieder overwicht, hoe klein ook, voldoende is om de platen van elkaar te scheiden, mits men het slechts lang genoeg laat werken. Het verschijnsel is dus niet van statischen maar van dynamischen aard.

Stefan verklaart het op de volgende wijze: wanneer een overwicht op de schaal wordt gelegd, verwijdert zich eerst de bovenste plaat oneindig weinig van de onderste, er ontstaat eene luchtverdunde ruimte en de buitenlucht moet toestroomen, om de drukking binnen en buiten de platen weer gelijk te maken, en hiervoor is natuurlijk tijd noodig; vervolgens wordt de afstand weer iets grooter, er stroomt op nieuw lucht toe en zoo gaat het onafgebroken voort.

Nog duidelijker blijkt dit, wanneer men de platen niet in lucht maar in water boven elkaar hangt; men kan dan de schijnbare aantrekking nog zeer goed waarnemen, wanneer de afstand der platen één millimeter bedraagt.

Stefan leidt verder uit eenige proeven omtrent de beweging der platen onder water eene methode af om de inwendige wrijving in vloeistoffen te bepalen. Deze proeven zijn echter veel te gering in aantal, om met zekerheid te kunnen beslissen over de juistheid van de formule, die hij eruit afleidt. Hij neemt b.v. platen van verschillende middellijn, doch doet met het eene stel platen slechts twee proeven en trekt hieruit reeds het besluit, dat, onder overigens gelijke omstandigheden, de tijden, noodig om eene zelfde verplaatsing der bovenste plaat te verkrijgen, evenredig zijn met de vierde machten der middellijnen.

Het doel van mijn onderzoek was nu, om in de eerste plaats na te gaan of de verklaring door STEFAN van het verschijnsel gegeven juist is, en vervolgens te trachten uit de beweging der plaat de inwendige wrijving der vloeistoffen te bepalen.

Voor de eerste soort van proeven gebruikte ik twee stellen adhaesie-platen, een koperen en een glazen. Ik heb steeds te vergeefs getracht ze zoodanig op elkaar te brengen, dat ze voortdurend aan elkaar bleven hechten, zonder dat er eene vloeistof tusschen beiden was. Bracht ik echter een paar druppels water ertusschen, dan was het zeer gemakkelijk ze door wrijven zoo vast tegen elkaar te doen kleven, dat ze niet dan met de grootste moeite konden gescheiden worden; zij bleven dan ook zoo lang aan elkaar hangen als men begeerde.

Gewoonlijk vindt men in de leerboeken opgegeven, dat men een weinig water ertusschen moet brengen, zoo het heet om de kleine openingen aan te vullen, die nog tusschen de niet volkomen gladde platen overblijven. Men heeft dan echter geheel andere omstandigheden en men heeft niet meer te doen met een verschijnsel van adhaesie maar van capillariteit. Gemakkelijk kan men dit op de volgende wijze aantoonen: men hangt dezelfde platen, die men bijna niet van elkander kan losscheuren, onder water, en men zal nu zien, dat zij binnen korten tijd van elkaar afvallen.

Het is verder niet mogelijk de platen onder water zoo sterk op elkaar te drukken, dat ze niet na eenigen tijd loslaten, alleen zal de tijd, dien zij hiervoor onder water noodig hebben, langer zijn dan wanneer zij in de lucht hangen, omdat de wrijving bij vloeistoffen zoo veel grooter is dan bij gassen, en dus de tijd, waarin de ruimte tusschen de platen wordt gevuld, zoo veel langer.

In plaats van de platen te hangen onder water, kan men ze ook brengen onder de klok eener luchtpomp, dat is in eene ruimte, waarin men de wrijving kan verminderen. Door het bovendeel der klok moet dan luchtdicht eene stang kunnen verschuiven, waaraan men de bovenste plaat kan ophalen.

Op deze wijze vond ik, dat de platen, die in lucht van gewone drukking eenigen tijd aan elkaar bleven hangen, bij eene drukking van een paar millimeter niet meer in staat waren elkaar te dragen. Het aan elkaar kleven van vlakke platen is dus geen adhaesieverschijnsel maar een dynamisch, afhankelijk van de middenstof, waarin zich de platen bevinden.

Men zou nu nog kunnen beweren, dat het zeer goed mogelijk kan zijn, dat de moleculaire aantrekking onvoldoende is om het geheele gewicht der onderste plaat te dragen, maar dat zij toch nog eene meetbare grootte heeft. Om dit te onderzoeken gebruikte ik twee glazen platen; de eene werd opgehangen aan den arm eener balans en op eene later te vermelden wijze evenwijdig aan de andere gesteld.

Een overwicht van 50 milligram was voldoende om de platen in 5 minuten van elkaar te verwijderen. Nam ik dezelfde proef onder water, dan verliep er één uur, voordat de platen onder de werking van 0,5 gram op een afstand van 0,2 millimeter van elkander kwamen.

De verschillende proeven stemden, wat de getalwaarde betreft, niet altijd volkomen met elkaar overeen, waarschijnlijk ten gevolge van onvolkomen opstelling der platen, maar omtrent den waren aard van het verschijnsel lieten zij geen twijfel bestaan, de platen werden steeds van elkander afgerukt, hoe klein het overwicht ook werd genomen. Van eene moleculaire aantrekking kon ik dus geen spoor vinden, en dit is ook niet te verwonderen, de afstand waarop de moleculaire krachten werken is uiterst klein, en de afstand der platen hiermede vergeleken altijd nog groot; men moet twee plaatjes reeds met eenige kracht tegen elkaar drukken om de kleurringen van NEWTON te kunnen waarnemen, en deze treden reeds op, wanneer de afstand nog meer dan 0,001 millimeter bedraagt.

De reden dat twee vaste lichamen elkander niet inniger aanraken is in de eerste plaats te zoeken in de onvolkomen vlakheid en gladheid hunner oppervlakte, maar vervolgens ook in eene dunne laag gassen en dampen, die steeds op hunne oppervlakte gecondenseerd zijn. Zelfs de best geslepen platen zullen dus elkander nooit of slechts in zeer weinige punten aanraken.

Tusschen een vast lichaam en eene vloeistof bestaan meer punten van aanraking, want de vloeistof zal de gassen en dampen gedeeltelijk kunnen oplossen en in de kleine tusschenruimten binnendringen; hier bestaat dan ook wel adhaesie.

Een verschijnsel geheel met het bovenstaande overeenkomende vinden wij in de scheikundige werking van twee lichamen op elkaar; deze werking heeft slechts plaats als een van beiden in den vloeibaren of althans eenigszins weeken toestand is, een bewijs dat dan alleen de moleculen elkaar genoegzaam kunnen naderen om direkt op elkaar te werken.

De proeven, waarbij zich de platen onder water bevinden, schijnen echter in strijd te zijn met de resultaten van WILHELMY Pogg. Ann. CXIX, CXXI, CXXII. Hieruit volgt namelijk dat de vloeistoffen aan de oppervlakte der vaste lichamen verdicht worden en al strekt zich dus de moleculaire werkingssphéer niet zoo ver uit, dat de lichamen door de aantrekking hunner moleculen aan elkaar vastkleven, dan zou het nog zeer goed mogelijk zijn, dat zij aan elkaar bleven hechten door de werking, die zij op eene tusschengelegen laag vloeistof uitoefenen. Men zou zich dat dan zoo kunnen voorstellen, dat b.v. de onderste plaat werkte op de dichtst bijgelegen laag vloeistof, dat deze daardoor verdicht werd en weer eene grootere aantrekking op eene volgende kon uitoefenen, enz. Eene dergelijke werking zou natuurlijk ook van de andere plaat moeten uitgaan en als dus de afstand der platen kleiner is dan tweemaal de afstand waarop zich deze werking doet gevoelen, dan zullen zij elkander aantrekken.

Eene maat voor deze aantrekking van een vast lichaam op eene vloeistof vindt men in de hoeveelheid vloeistof, die het lichaam op de eenheid van oppervlak kan dragen. Voor den verdichtingscoëfficient, dat is de gewichtshoeveelheid in milligrammen, die door een vierkante millimeter kan gedragen worden, vond WILHELMY bij alcohol in aanraking met glas 0,01259 milligram. Het volume van de vloeistof, dat op een vierkanten millimeter verdicht wordt, bedraagt dus, omdat de alcohol van WILHELMY een specifiek gewicht van 0,7933 bezat, 0,01259 gedeeld door 0,7933 of 0,01587 kubieke millimeter, wanneer wij namelijk aannemen, dat het volume door de aantrekking niet verandert, wat ongeveer juist zal zijn. De afstand waarop zich de werking doet gevoelen is dus 0,01587 millimeter. Nu was de inhoud van een vlak van een der grootste platen 18400 vierkante millimeter ongeveer, en als ze nu op een afstand van 0,01587 millimeter werden gebracht, dan zou er dus eene kracht van $18400 \times 0,01259$ of van ongeveer 230 milligram noodig zijn om ze van elkaar te trekken.

Wanneer de platen in water hingen kon ik niets van dien aard merken, en eene kracht van 40 milligram was zelfs voldoende om ze van elkaar te verwijderen. Of een kleiner overwicht ook nog toereikend was heb ik niet onderzocht, de proef zou dan te lang hebben geduurd, en door veranderingen in de temperatuur zou meer het evenwicht gestoord kunnen worden dan door de oplegging van het overwicht.

WILHELMY heeft geene proeven genomen met water en de opgegeven getallen zullen hiervoor natuurlijk niet gelden, maar men zou toch bij water hetzelfde verschijnsel even goed moeten waarnemen, zij het dan ook in meer of minder sterke mate.

Proeven van RÖNTGEN, Ann. der Physik 1878 N°. 3, op eenigszins andere wijze ingericht dan die van WILHELMY, leidden hem tot hetzelfde resultaat, dat ik langs geheel anderen weg verkreeg; hij kon geen vermeerdering in gewicht vinden ten gevolge van eene verdichting der vloeistoffen op de oppervlakte van vaste lichamen.

Voor het tweede gedeelte van mijn onderzoek, namelijk het opsporen van de betrekking, die er bestaat tusschen de middellijn en den afstand der platen en den tijd, die er noodig is om dezen afstand onder de werking van een bepaald overwicht met een zeker bedrag te vergrooten, bediende ik mij van twee stel geslepen spiegelglasplaten met een straal van 77,48 en 57,94 millimeter.

In de eerste plaats is het noodzakelijk de platen evenwijdig aan elkander te kunnen stellen en hun dezen stand onveranderd te doen behouden.

De onderste plaat werd daarom op drie plaatsen eenigszins schuin afgeslepen en met drie stukjes hout op een looden ring vastgeschroefd. De looden ring was gevernist, om te beletten dat hij zich oxideerde; hij werd op drie kurken in een glazen bak gelegd en daarin door houten wiggen vastgezet. De glazen bak werd met pik bevestigd op eene steenen plaat, die op drie stelschroeven rustte. Door middel van een waterpas werd de plaat zoo nauwkeurig mooglijk horizontaal gesteld.

De tweede plaat hing aan den eenen arm der balans; om haar horizontaal te stellen ging STEFAN op de volgende wijze te werk: op den bovenkant der plaat werd centrisch een koperen plaatje bevestigd; dit had in het midden eene verdikking, waarop een koperen buis gesoldeerd en waarin een stalen draad geschroefd was. De stalen draad was aan het boveneinde haakvormig omgebogen om de ophanging aan de balans mooglijk te maken. De koperen buis reikte tot op de halve hoogte van den stalen draad en had aan het boveneinde eene verdikking, waardoor drie schroefjes liepen, die tot aan den draad reikten. Met behulp van deze schroefjes kon hij den draad dien stand geven, waarbij het ondervlak der plaat horizontaal werd.

Ik heb deze manier van ophangen niet gevolgd, want bij de beweging van de plaat zal niet altijd een even groot gedeelte van den draad en van de koperen buis zich onder water bevinden, en heeft men de balans voor eenen stand geaequilibreerd, dan zal dit niet meer voor een anderen het geval zijn. Ook is men niet zeker dat de stand der plaat onveranderd blijft, omdat de draad altijd iets gebogen of gewrongen zal moeten zijn.

De bovenste plaat liet ik evenals de onderste een weinig schuin afslijpen; drie koperen staafjes werden aan hun eene einde zoo gebogen, dat zij juist om den afgeslepen rand pasten en met hun andere einde gesoldeerd aan een koperen plaatje op het midden der schijf; dicht bij den rand der plaat zat op ieder staafje een haakje en hiermede werd de plaat opgehangen aan drie dunne uitgegloeide koperdraden. Deze koperdraden waren bevestigd aan een vierkant koperen staafje, dat van onderen eindigde in een haakje en van boven in een schroefdraad; het vierkante gedeelte paste in een koperen busje, dat in eene opening in een koperen plaat was gesoldeerd; door op den schroefdraad eene moer te draaien kon men dus de plaat hooger en lager stellen zonder den draad te tordeeren. Het koperen plaatje hing met een stalen draad aan den eenen arm der balans.

Het bezwaar bij de methode van STEFAN, dat bij het rijzen der plaat het evenwicht wordt verbroken is dus hier vermeden, daar de zeer dunne koperdraden te weinig water verplaatsen, om den invloed hiervan te doen gevoelen.

Om de plaat horizontaal te stellen werd zij, aan de balans hangende, van de oppervlakte van het water afgerukt door het juk in de hoogte te schroeven, terwijl de schaal aan den anderen arm met een aanzienlijk overwicht was bezwaard. Hangt nu de plaat horizontaal, dan trekt zich het water regelmatig van den rand der plaat naar het middelpunt samen; de geringste verandering in den horizontalen stand veroorzaakt, dat het water aan den eenen kant eer loslaat dan aan den anderen; men kan dus op deze wijze de plaat zeer nauwkeurig stellen. Men moet echter bij het opheffen der plaat zeer voorzichtig te werk gaan, want bij de geringste schommeling slaat de plaat naar den een of anderen kant over. Ook is het noodzakelijk de plaat goed schoon te maken, omdat de geringste onzuiverheid de adhaesie tusschen het water en de plaat opheft en veroorzaakt, dat er eene luchtbel tusschen het glas en het water blijft zitten.

Om de platen goed zuiver te krijgen, poetste ik ze met een borstel met krijt en alcohol, vervolgens met zeepwater, dan met gedistilleerd water en spoelde ze later dikwijls nog eens af met pretroleumaether.

De balans, die ik gebruikte, kon een kilogram belasting op iedere schaal dragen en gaf bij eene belasting van 150 gram (het gewicht der grootste plaat in water) met een overwicht van 5 milligram nog een doorslag van 5 millimeter.

De beweging van het juk is echter, wanneer de beide platen in water boven elkaar hangen, uiterst langzaam; het aequilibreeren zou dus zeer lang moeten duren en bovendien niet nauwkeurig kunnen zijn.

Om hierin te voorzien bevestigde ik op het midden van het juk een klein spiegeltje en plaatste op een afstand van bijna 4 meter eene in millimeters verdeelde schaal met een kijker. De lengte van een arm van het juk bedroeg 0,24 meter en dus werd de verplaatsing ruim 33 maal vergroot waargenomen. Want, noemen wij de hoekverplaatsing a, dan is de verticale verplaatsing van het einde van het juk 0,24 sin. a en de verplaatsing van de verdeelde schaal $4\,tg\,2a$, dus is de vergrooting $\frac{4\,tg\,2\,a}{0{,}24\,sin.\,a}$ of, daar de hoek a zeer klein is, $\frac{8}{0{,}24} = 33$ ongeveer.

De balans was geplaatst op eene stevige tafel, die op een in den grond gemetselden pilaar rustte, de kijker stond op eene andere tafel op een dergelijken pilaar. Ik was dus bij mijne proeven onafhankelijk van bewegingen der balans veroorzaakt door dreuningen van den grond, indien deze ten minste niet te sterk waren.

Om de schommelingen van de schaal te vermijden, veroorzaakt door het opleggen der gewichten, bevond zich onder de schaal eene koperen plaat, die door middel van eene schroef op en neer kon worden bewogen. Nadat de platen gesteld, de bak met water gevuld en de balans geaequilibreerd was, werd van de schaal een gewicht afgenomen, de koperen plaat opgeschroefd totdat de schaal erop rustte en het gewicht met een overwicht er weer opgelegd. Vervolgens werd de plaat weer naar beneden geschroefd en de tijd gemeten van het oogenblik dat de schaal vrij hing, totdat zij op de koperen plaat aansloeg. Een chronometer, die halve seconden tikte, diende tot het bepalen van dezen tijd.

Van groot belang voor eene nauwkeurige kennis van het verschijnsel is eene juiste bepaling van den afstand der platen op het oogenblik, dat het overwicht begint te werken, daar deze, zooals men later zal zien, in de formule voorkomt in de tweede macht en niet binnen zeer groote grenzen kan veranderd worden. Neemt men dien afstand te groot, dan wordt de tijd, die er verloopt van het oogenblik, dat de plaat hare beweging begint, totdat zij weer tot rust komt, te kort en eene kleine fout in het bepalen van den tijd heeft dan reeds een grooten invloed op het resultaat. Neemt men daarentegen den afstand te klein, dan is weer eene fout in de opstelling en ook in de bewerking der platen van meer invloed op de uitkomst.

Om nu dezen afstand te bepalen maakte ik, evenals STEFAN, gebruik van kleine stukjes platinadraad, die ik eerst in acht verschillende afmetingen door eene trekplaat trok. Om de stukjes volkomen recht te maken en ook om de uitstekende kanten te verwijderen, die ten gevolge van het doorknippen ontstonden, rolde ik ze eerst tusschen een paar stukjes spiegelglas.

Het bepalen van de dikte dezer draadjes leverde in het begin eenige moeilijkheid op, want met den sphaerometer en het caliberpassertje van ELLIOTT kon ik hierin niet naar wensch slagen. Nauwkeuriger uitkomsten verkreeg ik door gebruik te maken van het werktuig, dat dient om waterpassen te onderzoeken (Niveauprüfer).

Het bestaat uit een stalen of dik koperen liniaal, waarvan het eene einde om eene horizontale as kan draaien, en waarvan het andere door middel van eene fijne schroef hooger en lager kan worden gesteld. De knop der schroef is bij het instrument, dat ik gebruikte, verdeeld in deelen van twee graden en beweegt zich langs een prismatisch stalen staafje, dat als wijzer dient. Het geheel rust op drie stelschroeven en kan hiermede in een bepaalden stand worden opgesteld.

Om de liniaal wordt verder een waterpas geplaatst, dat aan het eene einde rust op een scherp toeloopend voetje en aan het andere om eene as kan draaien; deze as gaat aan beide einden door een uitgesneden stukje koper, dat met twee schroefjes op de liniaal kan worden vastgeschroefd.

Met deze inrichting kan men nu de dikte van zeer dunne voorwerpen op de volgende wijze meten: men begint met de luchtbel van het waterpas op eene bepaalde verdeeling in te stellen; dit kan met zeer groote nauwkeurigheid geschieden, als men zich van een niet al te sterk vergrootenden microscoop bedient om af te lezen. Vervolgens brengt men het voorwerp, dat men wil meten, onder het scherp toeloopend voetje en draait den verdeelden knop der schroef zoo lang om, tot dat men de luchtbel weer denzelfden stand ziet innemen.

Men kan nu uit de omdraaiing van de schroef gemakkelijk de dikte van het voorwerp vinden: deze dikte staat namelijk in dezelfde verhouding tot de verplaatsing van het einde der liniaal als de lengte van het waterpas tot de lengte der liniaal.

Wanneer ik de draden direkt onder het waterpas legde, stemden echter de verschillende metingen nog niet voldoende met elkander overeen en daarom sleep ik twee stukjes glas zoo vlak mogelijk, bevestigde het eene met een weinig kleefwas op de liniaal en zorgde, dat het andere steeds op dezelfde wijze hierop kwam te liggen; zoowel wanneer de draden zich ertusschen bevonden, als wanneer zij zonder iets ertusschen op elkaar lagen.

Een eerste vereischte voor het verkrijgen van zuivere uitkomsten is natuurlijk, dat de fijne schroef aan het einde der liniaal en haar verdeelde knop zonder groote fouten zijn. Dit kan men gemakkelijk onderzoeken door na te gaan hoe veel graden men den knop der schroef moet omdraaien, om op verschillende plaatsen der schroef de luchtbel over dezelfde verdeelingen vooruit te doen gaan. Door middel van de stelschroeven kan men natuurlijk bewerken, dat bij verschillende standen van den knop de luchtbel steeds weer denzelfden stand inneemt.

Het spreekt van zelf, dat men dit onderzoek moet verrichten in een lokaal, dat zoo weinig mogelijk aan afwisselingen in temperatuur is blootgesteld.

Op deze wijze vond ik al spoedig, dat de schroef aanzienlijke fouten had, zoodat zij niet was te gebruiken. Eene nieuwe schroef, vervaardigd door den heer Olland te Utrecht, leverde betere resultaten op: dezelfde vijf verdeelingen van het waterpas mat ik op dertig verschillende plaatsen van de schroef, en vond daarbij als grootste afwijking van het gemiddelde twee graden, dat is juist ééne verdeeling van den knop.

Om mij zooveel mogelijk onafhankelijk te maken van de overblijvende fouten, gebruikte ik steeds dezelfde vijf schroefgangen en wel op de volgende wijze: terwijl de stukjes glas zonder draad op elkander lagen werd de knop der schroef op nul gesteld en de luchtbel op een bepaald punt gebracht door middel van de stelschroeven; daarna werden vijf kleine stukjes draad tusschen de plaatjes gelegd, de knop zoolang omgedraaid totdat de luchtbel op hetzelfde punt terugkwam en afgelezen. Vervolgens werden de draden weggenomen en door middel der stelschroeven de luchtbel op hetzelfde punt teruggebracht, dan de draden weer ertusschen gelegd enz.

Op deze wijze vermeed ik tevens de fouten in het aflezen van den schroefknop, behalve bij de eerste en laatste waarneming.

Om eindelijk na te gaan, of de draad door het waterpas misschien ook een weinig werd ingedrukt, verminderde ik het gewicht hiervan door aan het vrije einde een koord te binden, dat over een katrolletje liep en aan zijn andere einde een gewicht droeg; ook belastte ik het waterpas met verschillende gewichten, maar kon geen merkbare vormverandering ontdekken.

De hoogte van een schroefgang, de lengte van het waterpas en de lengte der liniaal heb ik gemeten door middel van de verdeelmachine, waarmede ik tot op 0,002 millimeter kon aflezen.

Op deze wijze vond ik:

voor de hoogte van	5 schroefgangen	2,825	m.m.
„ „	1 schroefgang	0,565	„
lengte „	het waterpas	181,53	„
„ „	de liniaal	366,96	„

Hieruit vindt men, dat eene omdraaiing van de schroef overeenkomt met eene verplaatsing van 0.2795 millimeter van het einde van het waterpas of één graad met 0,007764 millimeter.

De bepaling van de dikte van acht verschillende draadjes gaf de volgende uitkomsten:

Draad.	Dikte in graden.	Aantal waarnemingen.	Gemiddelde fout.	Dikte in mm.
I.	633	18	0,04	0,4914
II.	518,2	20	0,05	0,4022
III.	471	16	0,045	0,3657
IV.	404	20	0,08	0,3136
V.	313	12	0,04	0,2430
VI.	250	16	0,04	0,1941
VII.	219,6	18	0,04	0,1705
VIII.	194,8	20	0,04	0,1512

De gemiddelde fout van waarneming bedraagt in het ongunstigste geval 0,08 graad of 0,0006 millimeter; eigenlijk is zij kleiner, want zij is nog niet vrij van de fouten in het aflezen en deze hebben door de gevolgde methode alleen invloed op de eerste en laatste waarneming van iedere serie. Men kan dus op deze wijze eene groote nauwkeurigheid bereiken en de dikte tot in de duizendste deelen van een millimeter juist bepalen.

Nadat ik op deze wijze de noodige voorloopige metingen had uitgevoerd, kon ik overgaan tot het tweede gedeelte van mijn onderzoek, namelijk het bepalen van de betrekking, die er bestaat tusschen de middellijn der platen en den tijd, dien een bepaald overwicht behoeft om ze van verschillenden oorspronkelijken afstand tot op denzelfden eindafstand te verwijderen. In de eerste plaats vond ik het volgende resultaat van STEFAN bevestigd:

De tijd, waarin zich de platen tot een zelfden afstand van elkaar verwijderen, is bij denzelfden oorspronkelijken afstand omgekeerd evenredig aan het overwicht.

Deze wet geldt echter alleen dan, wanneer de platen zoo nauwkeurig mogelijk evenwijdig zijn gesteld; zijn zij niet evenwijdig dan neemt het product van overwicht en tijd af, wanneer men het overwicht kleiner maakt. Gemakkelijk kon ik mij hiervan overtuigen door na een zeker aantal proeven de evenwijdigheid te verbreken. Bij de volgende berekeningen heb ik dus alleen die resultaten genomen, waarbij bovengenoemde wet doorging en haar dus als kenmerk van evenwijdigheid gebruikt.

Doch ook wanneer de platen met de meeste zorg waren gesteld, stemden de uitkomsten niet volkomen met elkaar overeen, ja zelfs twee waarnemingen, die direkt na elkaar en schijnbaar onder volkomen gelijke omstandigheden waren verricht, vertoonden dikwijls een grooter verschil, dan met mogelijkheid aan fouten in het waarnemen kon worden toegeschreven. Voor het product van overwicht en tijd vond ik b.v., wanneer draad VIII tusschen de groote platen lag, de volgende getallen:

overwicht in grammen	2	3	4	5	6
	432	432	436	430	435
	432	426	428	425	438

Bij het nalezen der literatuur vond ik echter, dat alle vroegere waarnemers, die zich met proeven over de beweging van vloeistoffen hebben bezig gehouden, met hetzelfde bezwaar hadden te kampen. Zoo b.v. O. E. MEIJER Pogg. Ann. 1861, die eene horizontale plaat om eene verticale as in eene vloeistof liet schommelen. De logarithmische decrementen der amplitudines moeten dan constant zijn, maar ofschoon MEIJER zijne proeven met veel voorzorgen uitvoerde, vond hij toch steeds nog verschillen tusschen de op elkaar volgende waarnemingen. Hij deelt b.v. de volgende reeks mede:

0,1147	0,1040
0,1073	0,1068
0,0998	0,1085
0,1033	0,1023
0,1043	0,1086
0,1039	0,1001
0,1035	0,1023

PIOTROWSKI bepaalde den slingertijd en de logarithmische decrementen der amplitudines van een bol, die om een zijner middellijnen slingerde en kreeg daarbij verschillen, die somtijds tot 6 à 10 percent stegen. Men zie HELMHOLTZ und VON PIOTROWSKI über Reibung tropfbarer Flüssigkeiten, Wiener Berichte 26 April 1860.

Bij mijne waarnemingen heb ik mij dan ook verder met eene nauwkeurigheid van 4 of 5 percent, of dikwijls nog met eene geringere, tevreden gesteld en getracht door een grooter aantal waarnemingen te vergoeden, wat aan de nauwkeurigheid van iedere waarneming op zich zelf moest ontbreken.

In de tweede plaats vond ik, dat bij een zelfde overwicht de tijd omgekeerd evenredig is met het vierkant van den afstand.

Het product van het overwicht, den tijd en het vierkant van den afstand is dus constant voor dezelfde platen.

STEFAN vond, dat deze wet slechts als eerste benadering gold en dat het product afnam met de dikte der tusschendraden, zooals blijkt uit het volgende tafeltje:

a	qta^2
0,0573	0,0886
0,0350	0,0831
0,0213	0,0775
0.0111	0,0663

Hierin stelt a voor de dikte der tusschendraden, q het overwicht en t den tijd.

Voordat ik echter mijne resultaten mededeel, is het noodig het verschijnsel theoretisch te beschouwen, want mijne proeven zijn niet allen bij dezelfde temperatuur genomen en dus niet direkt met elkaar te vergelijken: de temperatuur toch oefent een belangrijken invloed uit op de inwendige wrijving, zooals reeds blijkt uit de proeven door POISEUILLE genomen.

Het verschijnsel is echter te samengesteld om het uit de algemeene bewegingsvergelijkingen afteleiden, want wij hebben hier niet alleen vloeistof die zich beweegt in eene beperkte ruimte, maar bovendien een wand die van plaats verandert. Wij zullen ons dus evenals STEFAN met eene benaderde oplossing tevreden moeten stellen.

De afstand der platen op het tijdstip t zij α en de vermeerdering van dezen afstand in het tijdselement $d\,t$ zij $d\,\alpha$. Tegelijk met de beweging der bovenste plaat heeft er een instroomen plaats van de vloeistof in de ruimte tusschen de beide platen. De snelheid van deze strooming zij u; zij zal eene functie zijn van den afstand r van dit punt tot de as en van zijne hoogte z boven de onderste plaat.

Om den vorm van deze functie te bepalen moeten wij op de grensvoorwaarden letten, in de eerste plaats moet u nul worden voor r gelijk nul. Nemen wij verder aan dat de laag vloeistof, die tegen den wand gelegen is, onbeweeglijk blijft, dan moet u nog nul worden voor z gelijk nul en z gelijk α.

Wij zullen in het vervolg zien dat deze onderstelling geoorloofd is.

De formule waardoor u kan worden voorgesteld zal dus zijn van den vorm

$$u = C\, r^n\, (\alpha\, z - z^2).$$

Hierin zijn C en n constanten, wier waarde wij nader zullen trachten te bepalen.

Beschrijft men van uit de as met den straal r eenen cirkel, dan stelt $2\, \pi\, r\, d\, z$ een gedeelte van een cilinderoppervlak voor, waardoor in den tijd $d\, t$ eene hoeveelheid vloeistof stroomt, voorgesteld door $2\, \pi\, r\, u\, d\, z\, d\, t$.

Zetten wij hierin voor u hare waarde en integreeren ten opzichte van z tusschen de grenzen 0 en α, dan vinden wij voor de hoeveelheid vloeistof, die in het tijdselement $d\, t$ stroomt door een cilindervlak met den straal r en de hoogte α

$$\tfrac{1}{3}\, \pi\, C\, \alpha^3\, r^{n+1}\, d\, t.$$

Dit volume neemt de ruimte in, waarmede de inhoud van den cilinder in den tijd $d\, t$ door de beweging der bovenste plaat over een afstand $d\, \alpha$ is toegenomen. Deze ruimte wordt voorgesteld door $\pi\, r^2\, d\, \alpha$, dus moet $\quad \tfrac{1}{3}\, \pi\, C\, \alpha^3\, r^{n+1}\, d\, t = \pi\, r^2\, d\, \alpha$

hieruit volgt $\quad n = 1,\ C = \dfrac{3\, d\, \alpha}{\alpha^3\, d\, t}$

dus wordt $\quad u = \dfrac{3\, r\, d\, \alpha}{\alpha^3\, d\, t}\, (\alpha\, z - z^2).$

Nu heeft er bij deze strooming inwendige wrijving plaats en om deze te overwinnen is een arbeid noodig, die op de volgende wijze kan bepaald worden. Wij nemen aan, evenals reeds door NEWTON en door alle latere onderzoekers is geschied, dat de inwendige wrijving alleen afhangt van het verschil in snelheid tusschen de lagen, die zich over elkander bewegen, en daarmeê evenredig is. Wij kunnen nu de beweging van het water ontbinden in twee andere, eene evenwijdig aan den straal der platen en eene volgens de verticaal; is nu α zeer klein ten opzichte van den straal, wat vooral bij de groote platen het geval is, dan kan men de laatste beweging ten opzichte van de eerste verwaarloozen.

Zij nu de snelheid van een punt in eene laag u dan is de snelheid voor het pnnt, dat in eene andere laag juist erboven ligt

$$u' = u + \frac{d\,u}{d\,z}\,d\,z + \tfrac{1}{2}\,\frac{d^2\,u}{d\,z^2}\,d\,z^2 + \ldots.$$

de snelheid voor een punt, dat er onder ligt

$$u'' = u - \frac{d\,u}{d\,z}\,d\,z + \tfrac{1}{2}\,\frac{d^2\,u}{d\,z^2}\,d\,z^2 - \ldots.$$

De eene laag zal versnellend, de andere vertragend op onze laag werken, en de kracht die de versnelling of vertraging teweeg brengt zal zijn A $(u' - u + u'' - u)$ of zoo wij voor u' en u'' hunne waarde in de plaats stellen en de termen van hoogere dan de derde orde verwaarloozen

$$\mathrm{A}\,\frac{d^2\,u}{d\,z^2}\,d\,z^2.$$

Hierin stelt A de kracht voor, die noodig is om eene laag met de eenheid van oppervlakte met eene relatieve snelheid, gelijk aan de eenheid, ten opzichte van eene aangrenzende laag te bewegen. Nu is het verschil in snelheid tusschen twee opvolgende lagen steeds zeer klein, terwijl toch de wrijving eene meetbare waarde heeft. De constante A zal dus zeer groot moeten zijn, en wij zullen daarom in navolging van HAGENBACH in plaats van A eene nieuwe constante $A\,d\,z = \mu$ invoeren (zie blz. 9).

Deze constante μ noemen wij den wrijvingscoëfficient, zij stelt de kracht voor, die noodig is om eene laag van de eenheid van oppervlak in de eenheid van tijd ten opzichte van eene aangrenzende laag over den afstand van twee moleculen voort te bewegen.

De versnellende of vertragende kracht, die tengevolge der wrijving werkt op eene laag van de eenheid van oppervlak en de dikte van ééne molecule binnen in de vloeistof is dus:

$$\mu \frac{d^2 u}{d z^2} d z.$$

Nu stroomt door eene cilindervormige doorsnede met een straal r in den tijd dt in ieder horizontaal vlak eene laag die wordt voorgesteld door: $2 \pi r u d t$. de kracht noodig om de wrijving te overwinnen is:

$$2 \pi \mu r u \frac{d^2 u}{d z^2} d z d t.$$

De afstand, waarover deze laag verplaatst wordt, is $-\ d\,r$ en dus de arbeid noodig tot het overwinnen der wrijving

$$-2\,\pi\,\mu\,r\,u\,\frac{d^2 u}{d\,z^2}\,d\,r\,d\,z\,d\,t.$$

Substitueeren wij hierin de waarde van u en de hieruit afgeleide waarde van:

$$\frac{d^2 u}{d\,z^2} = -\,\frac{6\,r}{\alpha^3}\,\frac{d\,\alpha}{d\,t}$$

dan vinden wij:

$$\frac{3\,6\,\pi\,\mu\,r^3}{\alpha^6}\,(\alpha\,z - z^2)\left(\frac{d\,\alpha}{d\,t}\right)^2 d\,r\,d\,z\,d\,t.$$

Integreeren wij dit voor z tusschen 0 en α, en voor r tusschen o en R, den straal der platen, dan vinden wij voor den totalen wrijvingsarbeid, wanneer de bovenste plaat over een afstand $d\,\alpha$ stijgt

$$\frac{3\,\pi\,\mu\,R^4}{2\,\alpha^3}\left(\frac{d\,\alpha}{d\,t}\right)^2 d\,t.$$

Deze arbeid wordt geleverd door het overwicht, q dat een afstand $d\,\alpha$ aflegt, dus:

$$\frac{3\,\pi\,\mu\,R^4}{2\,\alpha^3}\left(\frac{d\,\alpha}{d\,t}\right)^2 d\,t = q\,d\,\alpha$$

of
$$d\,t = \frac{3\,\pi\,\mu\,R^4}{2\,q\,\alpha^3}\,d\,\alpha.$$

Integreeren wij voor t tusschen de grenzen 0 en t en voor α tusschen α en a den begin- en eindafstand der platen, dan vinden wij:

$$t = \frac{3\,\pi\,\mu\,R^4}{4\,q}\left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{\alpha^2}\right).$$

In de formule zijn niet alle grootheden, die er in moeten voorkomen, opgenomen, want de arbeid van het vallende gewicht wordt niet alleen verbruikt tot het overwinnen van de wrijving der vloeistofdeeltjes tusschen de platen, een gedeelte dient ook om de wrijving van de vloeistof buiten de platen te overwinnen, want ook deze geraakt in beweging; bovendien verkrijgt nog de balans met alles wat er aan hangt eene zekere hoeveelheid levende kracht.

De arbeid die voor dit laatste moet verricht worden is echter zeer gering; hiervan overtuigde ik mij door de plaat aan de balans te hangen zonder dat de vaste plaat zich eronder bevond en dan na te gaan hoeveel seconden er verliepen, wanneer de plaat onder de werking van een klein overwicht eenen afstand van ongeveer 4 millimeter aflegde. Op deze wijze vond ik:

Overwicht in milligrammen	10	20	30	40	50
Tijd in seconden	22	14	12,5	11	10

Nu duurde de tijd waarin de bovenste plaat zich tot ongeveer denzelfden afstand van de onderste verwijderde in het meest ongunstige geval, dat ik nog bij mijne berekeningen gebruikte, 32 seconden; het overwicht was toen 1 gram, dus werd nog niet 1 percent van den arbeid tot iets anders gebruikt dan tot het overwinnen van de wrijving tusschen de platen.

Wij zullen er nu toe overgaan de formule met de gevonden uitkomsten te vergelijken. Wij zien dan dat, onder overigens gelijke omstandigheden, de tijd omgekeerd evenredig moet zijn aan het overwicht; wij hebben reeds gezien dat de proeven tot ditzelfde resultaat leiden.

In de tweede plaats moet, wanneer q standvastig is, t omgekeerd evenredig zijn aan $\left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{\alpha^2}\right)$; hier kwam mij de methode van waarneming uitmuntend te stade, want α en a zijn slechts kleine verplaatsingen. Ik vond, wanneer de draad van 0,3136 millimeter tusschen de platen lag en het overwicht 1 gram bedroeg, de volgende uitkomsten:

	α	t	α	t
	0,4615	135	0,6094	186
		132		184
		137		186
		136		186
		140		182
Gemiddeld		134		185

	α	t	α	t
	0,9052	222	1,4968	254
		219		251
		221		253
		222		254
		218		251
Gemiddeld		220		253

Hieruit vindt men $\frac{1}{a^2} - \frac{1}{\alpha^2}$	t in seconden
5,475	67
7,477	92,5
8,849	110
9,723	126.

De cijfers van de laatste kolom, met 0,08 vermenigvuldigd, geven ongeveer de eerste kolom, en de waarnemingen stemmen voldoende met de theorie overeen, vooral wanneer men bedenkt, dat het moeilijk is het juiste oogenblik waar te nemen, dat eene verdeeling van de schaal met den horizontalen kruisdraad in den kijker overeenkomt.

Wordt α groot ten opzichte van a, dan kan men $\frac{1}{\alpha^2}$ verwaarloozen en de formule wordt dan

$$t = \frac{3\,\pi\,\mu\,R^4}{4\,q\,a^2}.$$

Nu is μ zooals reeds werd opgemerkt afhankelijk van de temperatuur; volgens de formule, uit talrijke waarnemingen van Poiseuille afgeleid, is

$$\mu_o = \mu_t\,(1 + 0{,}336793\,t + 0{,}000220993\,t^2)$$

μ_o en μ_t stellen den wrijvingscoëfficient voor bij 0° en t° Celsius.

Bij dezelfde temperatuur moet, indien de onderstellingen bij het opmaken der formule gebruikt juist zijn, het product $q\,t\,a^2$ constant zijn; daar de temperatuur bij mijne verschillende waarnemingen van 8° tot 19° variëerde, heb ik met de formule van POISEUILLE $q\,t\,a^2$ berekend voor 0°. Voor het eerste stel platen vond ik op deze wijze:

dikte van den draad	$q\,t\,a^2$ bij 0°
0,4914	16,91
0,4022	16,75
0,3657	16,61
0,3136	17,63
0,2430	17,05
0,1941	17,00
0,1705	16,42
0,1502	16,85
Gemiddeld	16,9025

Voor het tweede stel platen vond ik op dezelfde wijze:

dikte van den draad	$q\,t\,a^2$ bij 0°
0,3136	4,918
0,2430	4,766
0,1941	4,648
0,1705	4,772
0,1502	4,851
Gemiddeld	4,7912

De waarden voor $q\,t\,a^2$ gevonden, zijn bij geen van beide platen in volkomen overeenstemming met elkaar, maar de afwijkingen zijn niet grooter dan die welke andere waarnemers bij het bepalen der inwendige wrijving vonden, en daar zij bovendien niet in een bepaalden zin vallen, zijn wij gerechtigd aan te nemen, dat ook in dit opzicht theorie en proefneming voldoende met elkaar overeenstemmen.

Voor platen van verschillenden straal moet nu nog het product $q\,t\,a^2$ evenredig zijn met de vierde machten der stralen. Voor de verhouding der producten vindt men 3,52, voor die van de vierde machten der stralen

3,199, en hier is dus de overeenkomst niet zoo bizonder goed. Was de straal der kleinste plaat ruim 1 millimeter kleiner, dan zou men vinden, dat de beide verhoudingen aan elkander gelijk waren. Nu is het niet waarschijnlijk, dat ik zulk eene groote fout bij het meten der stralen zou gemaakt hebben, maar men zal zich herinneren dat de kleine platen op drie plaatsen schuin waren afgeslepen om ze te kunnen bevestigen en het spreekt van zelf, dat dit een dergelijken invloed zal hebben als het verkleinen van den straal. Bij de grootere platen was de rand der bovenplaat in zijn geheel schuin afgeslepen en werd natuurlijk de straal van den binnensten cirkel gemeten; de onderste plaat was iets grooter en hier kon dus het afslijpen geen invloed hebben.

Neemt men dit alles in aanmerking, dan is ook voor deze wet de ervaring niet in strijd met de theorie.

Berekent men ten slotte met de gevonden waarde voor $q\,t\,a^2$ bij de groote platen uit de formule μ dan vindt men, indien men het overwicht uitdrukt in milligrammen in plaats van in grammen zooals tot heden geschiedde, voor de waarde van μ bij 0° 0,00019895.

Voeren wij nu als eenheid van kracht in, de kracht die gedurende eene seconde werkende aan de massa van 1 milligram eene snelheid geeft van 1 millimeter, dan moeten wij deze grootheid nog met 9812, de versnelling der zwaartekracht, vermenigvuldigen.

Wij vinden dan voor μ bij 0° 1,952
volgens POISEUILLE is μ bij 0° 1,779
volgens HELMHOLTZ en V. PIOTROWSKI 2,753
volgens O. E. MEIJER 2,063.

De waarden van μ door verschillende waarnemers gevonden wijken dus aanmerkelijk van elkaar af. De oorzaak moet gedeeltelijk gezocht worden in de verschillende omstandigheden, die het verkrijgen van eene zuivere uitkomst bemoeilijken en waarover reeds vroeger is gesproken, gedeeltelijk ook in de verschillende onderstellingen, die men moet maken om μ uit de resultaten der waarnemingen te kunnen berekenen.

Om de wrijving in vloeistoffen te bepalen zijn drie verschillende methoden aangewend: het uitstroomen van de vloeistoffen door buizen, de slingeringen van vlakke platen om hunne as in de vloeistof en de slingering van een met vloeistof gevulden bol om een zijner middellijnen.

De eerste methode schijnt zeer aanbevelenswaardig door de gemaklijkheid, waarmede men de proeven kan uitvoeren en door de eenvoudigheid der mathematische analyse. Zij is dan ook het meest gebruikt onder anderen door GIRARD, POISEUILLE, HAGEN, HAGENBACH, JACOBSON enz. De meest nauwkeurige en meest talrijke proeven zijn echter nog steeds die van POISEUILLE, Mémoires des savants étrangers. IX. p. 352.

Het voordeel van deze methode is echter niet zoo groot als het schijnt, want de wetten door POISEUILLE gevonden voor de hoeveelheid vloeistof, die in bepaalden tijd uitstroomt, gelden slechts voor capillaire buizen binnen zeer beperkte afmetingen. Er moeten dus bij het stroomen van water door nauwe buizen nevenomstandigheden optreden, wier invloed veranderlijk is met de afmetingen der buis en die men mathematisch volstrekt niet kan bepalen.

Men neemt b. v. aan dat de drukking in eene doorsnede loodrecht op de bewegingsrichting overal dezelfde is, en dat het water zich splitst in holle concentrische buizen, die als het ware door elkaar heen worden geschoven met eene snelheid, die van het midden naar den wand afneemt.

Men ziet dan ook binnen zekere grenzen den straal volkomen doorschijnend uittreden, alle overeenkomst vertoonende met eene vaste staaf. Verandert men echter de lengte der buis of de drukking waaronder de vloeistof uitstroomt, dan wordt eindelijk de straal ondoorschijnend, hetgeen bewijst, dat de beweging heeft opgehouden eene regelmatige, rechtlijnige te zijn. Men zou nu verwachten, dat de grens, tot welke de formule van POISEUILLE geldig is, moest samenvallen met het ophouden der regelmatige beweging. Dit is echter volgens JACOBSON, Müller's Archiv für Anatomie 1871, volstrekt niet het geval; hij zag den straal volkomen helder en doorschijnend ook buiten de grens.

Dat verder de drukking in alle punten eener doorsnede loodrecht op de richting van den stroom dezelfde is, is volstrekt niet zeker. Ludwig trachtte die drukking te meten door manometers tot op verschillende diepte in de buizen te brengen en nam zeer merkbare verschillen waar. Deze methode kan echter tot geen zuivere uitkomsten leiden, omdat men door het inbrengen van een manometer den stroom een beletsel in den weg stelt, waardoor zoowel zijne snelheid als zijne richting zullen veranderen.

Deze tweede methode is onder anderen aangewend door coulomb en o. e. meijer en door den laatsten uitvoerig medegedeeld; wat het theoretisch gedeelte betreft in Crelle's Journal, wat het praktische gedeelte aangaat in Pogg. Ann. 1861.

Meijer treedt zelf in uitvoerige beschouwingen omtrent de nauwkeurigheid, die volgens zijne methode is te bereiken en de verschillende oorzaken, die invloed uitoefenen op de zuiverheid der uitkomst en hiervoor kan ik dus volstaan met naar bovengenoemde verhandelingen te verwijzen. Op ééne zaak wensch ik echter nog bizonder de aandacht te vestigen, omdat hetgeen hij daaromtrent mededeelt ook volkomen op de proeven van helmholtz en piotrowski toepasselijk is.

Voor de berekening van beider proeven is het namelijk noodig het traagheidsmoment van de slingerende lichamen te kennen. Beiden bepaalden deze grootheid door de lichamen aan een dunnen draad op te hangen en onder de werking van de torsie van den draad te laten slingeren. MEIJER vond op deze wijze, dat de bepaling van het traagheidsmoment slechts dan nauwkeurig is, wanneer deze grootheid niet te klein is, en dat de torsie in hooge mate afhankelijk is van de aangehangen gewichten, en verder met den tijd toeneemt, zoodat bij een zelfden hoek van torsie, de kracht van torsie niet dezelfde blijft. De meeste uitkomsten van MEIJER zijn volgens zijne eigene beschouwing voor $^1/_{15}$ gedeelte onzeker; alleen die voor water maken hierop eene uitzondering, omdat de fouten in de uitkomst grooter zijn naarmate de slingerende platen kleiner middellijn hebben en de proeven voor water ook met platen van groote middellijn waren genomen, wat met de andere vloeistoffen niet het geval was. De waarde van de wrijvingsconstante voor water uit mijne proeven afgeleid, stemt bizonder goed met die van MEIJER overeen.

De derde methode kan men vinden in de reeds geciteerde verhandeling van HELMHOLTZ en VON PIOTROWSKI.

Uit het verschil in slingertijd van een bifilair opgehangen koperen bol, ledig en met vloeistof gevuld, en het logarithmisch decrement worden de gegevens afgeleid om de wrijvingsconstante te bepalen. De geheele afleiding der formule zal ik hier natuurlijk niet mede-deelen, alleen zal ik trachten na te gaan welke nauwkeurigheid op deze wijze kan bereikt worden. De wrijvingsconstante door hen k^2 genoemd moet ten slotte berekend worden uit de formule

$$\frac{k^2 C_1}{C \sin(\varepsilon + \delta_1 - \delta)} = I$$

$$I = \frac{F'^2 + F''^2}{F' \sin 2\varepsilon - F'' \cos 2\varepsilon}$$

de hoek 2ε wordt bepaald door de formule

$$\tan 2\varepsilon = -\frac{\Delta}{2\pi}.$$

Hierin stelt Δ voor het logarithmisch decrement, dat is het verschil van de logarithmen van twee opvolgende uitslagen.

Dit decrement is eene kleine grootheid; als de bol met water gevuld was bedroeg het b. v. 0,0546675; de hoek ε is dus slechts weinig kleiner dan 90° en I zal weinig verschillen van

$$I = -\left(F'' + \frac{F'}{F''^2}\right)$$

Nu is F'' vooral afhankelijk van het verschil in slingertijd van den ledigen en den met vloeistof gevulden bol. De slingertijd voor den ledigen bol was

	24,5089	voor den
bol met water gevuld	23,0392	
verschil	1,4697	seconden.

Het verschil in slingertijd is zeer klein en dus zal eene kleine fout in het bepalen van dien tijd een grooten invloed op het resultaat hebben.

De verschillende methoden bevatten dus bronnen van onnauwkeurigheden, wier invloed zich meer of minder zal doen gevoelen. De door STEFAN en mij gevolgde is daarvan zeker niet vrij te pleiten, want in de formule waaruit de wrijvingscoëfficient moet berekend worden, komt de straal der platen voor in de vierde macht, en de afstand der platen of de dikte der tusschendraden in de tweede macht, en daar de laatste grootheid klein is, zal vooral eene fout in de bepaling daarvan grooten invloed hebben. De beweging der vloeistof in verticale richting en de levende kracht die de balans overhoudt zijn bovendien verwaarloosd, en dit zal ten gevolge hebben, dat de wrijvingscoëfficient te groot zal worden gevonden. Groot zal het verschil met de nauwkeurige waarde niet zijn, want beide hoeveelheden hebben slechts eene kleine waarde.

Heeft men echter eenmaal gevonden dat de beweging door de opgestelde formule wordt voorgesteld, dan kan men de omstandigheden zoo gunstig mogelijk maken door de tusschendraden niet zeer dun en den straal der platen niet zeer klein te nemen; men vermindert door dit laatste tevens den invloed der strooming in verticale richting.

Altijd echter zullen er nog onregelmatigheden bij de beweging der vloeistofdeeltjes voorkomen, veroorzaakt door afwisselingen in de temperatuur, schuddingen van den bodem en andere omstandigheden, wier invloed men niet kan in rekening brengen en evenmin geheel kan elimineeren. Ook het gehalte der vloeistof aan opgeloste lucht is niet zonder invloed, zooals blijkt uit de proeven van VON PIOTROWSKI met luchthoudend en uitgekookt water en men zal dus, wanneer men de proeven herhaalt, nooit nauwkeurig dezelfde uitkomsten krijgen. Geen van de methoden kan ook maar theoretisch eene volkomen nauwkeurige waarde opleveren, men zal zich steeds met eene benaderde waarde moeten tevreden stellen.

Bij het opmaken der formule hebben wij ondersteld, dat de laatste laag vloeistof, die met den wand in aanraking is, onbeweeglijk blijft, en dat er dus geen glijden langs den wand plaats heeft. De proeven over het stroomen van water door nauwe buizen benevens de proeven van MEIJER schijnen deze onderstelling te rechtvaardigen, omdat theorie en proefneming voldoende met elkaar sluiten. Ook bij mijne proeven is dit het geval, maar men moet niet uit het oog verliezen, dat dit bewijs slechts indirekt is en dat de glijdingscoëfficient, b. v. bij de proeven met nauwe glazen buizen, zeer goed zulk eene functie van den straal kan zijn, dat zijn invloed met dien van de wrijving samenvalt, en dus verborgen blijft.

De proeven van STEFAN, zie p. 22, voldoen niet aan deze onderstelling, en hij neemt dus het bestaan aan van een glijden langs de platen. Zooals echter reeds vroeger is opgemerkt zijn de proeven van STEFAN slechts weinig in aantal; de overwichten werden door hem bij denzelfden tusschendraad slechts weinig gevarieerd, en men kan dus het kenmerk van evenwijdigheid, afgeleid uit de evenredigheid van tijd en overwicht, niet bij allen toepassen. Om deze reden schijnen mij zijne numerieke uitkomsten geen al te groot vertrouwen te verdienen.

GIRARD, die zich reeds voor POISEUILLE met uitstroomingsproeven bezig heeft gehouden, gebruikte onder anderen ook koperen buizen en men zou deze proeven kunnen vergelijken met die van POISEUILLE met glazen buizen, zoo het niet zeer twijfelachtig was of de wetten van POISEUILLE voor zeer nauwe buizen wel voor de wijdere buizen van GIRARD gelden. Wij hebben toch reeds opgemerkt, dat de wetten van POISEUILLE slechts voor bepaalde afmetingen, en wel voor zeer nauwe buizen, doorgaan, en nu was de nauwste buis van GIRARD 1,83 millimeter wijd en 1790 millimeter lang, terwijl de wijdste buis, waarvoor POISEUILLE zijne wet nog bevestigd vond, eene doorsnede van 0,65 millimeter bij eene lengte van 383,8 millimeter bezat. Het bestaan van eene glijding door HELMHOLTZ uit deze proeven afgeleid is dus zeer twijfelachtig en wordt niet bevestigd door de proeven van HAGENBACH, die ook koperen buizen gebruikte. Kleine verschillen op deze wijze gevonden kunnen bovendien steeds verklaard worden uit een verschil in den inwendigen vorm, want het is moeilijk na te gaan of de koperen buizen van binnen overal even wijd zijn, wat bij glazen veel gemaklijker is uit te maken.

Van meer direkten aard zijn de proeven van VON PIOTROWSKI. Hij hing een met water gevuld glazen fleschje op aan twee dunne verzilverde koperdraden en bepaalde zijn slingertijd en het logarithmisch decrement der uitslagen, wanneer het slingerde om eene verticale as, evenals bij zijne andere proeven met den koperen bol. Vervolgens werd het fleschje van binnen verzilverd en de proef herhaald. Hij vond op deze wijze als het gemiddelde uit twee stel proefnemingen voor beide gevallen:

	slingertijd	logar. decr.
fleschje onverzilverd	23,9333	0,0625325
„ verzilverd	24,0082	0,0599964.

Von PIOTROWSKI leidt nu hieruit af, dat er een glijden langs den wand plaats heeft en wel bij zilver in sterkere mate dan bij glas, en HELMHOLTZ neemt op grond van deze proeven bij zijne theoretische beschouwingen een factor op voor de glijding. Het is echter jammer, dat

VON PIOTROWSKI niet een grooter aantal van deze proeven en onder meer verschillende omstandigheden heeft genomen, want de verschillen door hem gevonden kunnen even goed uit fouten in de waarneming worden verklaard.

Het verschil in slingertijd bedraagt 0,0748 seconde, het verschil in logarithmisch decrement 0,0025361 en bij zijn latere proeven, die met inachtneming van veel meer voorzorgen zijn genomen is dit verschil dikwijls even groot en voor de logarithmische decrementen zelfs grooter, zoodat de bewijskracht van deze proeven al zeer gering is.

Om nu deze kwestie zoo mogelijk te beslissen, verzilverde ik de onderste van het kleine stel platen volgens eene methode opgegeven door MARTIN, Comptes rendus de l'académie des sciences 1863. De verzilvering volgens deze methode gelukte uitstekend, en ook onder water bleef de plaat zeer goed. Op deze wijze verkreeg ik dus een oppervlak van volkomen denzelfden vorm, maar geheel anderen aard.

De proeven gaven nu met dit stel platen de volgende uitkomsten:

dikte van den draad	temp.	$q\,t\,a^2$	$q\,t\,a^2$ bij 0°
0.3136	16,°	3,067	4,893
0,2430	14,°2	3,100	4,721
0,1941	15,°1	3,0895	4,816
0,1705	13,°6	3,148	4,713
0,1512	15,°1	3,062	4,771
		Gemiddeld	4,7828.

Vergelijkt men deze uitkomst met die van p. 31 met onverzilverde plaat, waar voor $q\,t\,a^2$ bij 0° 4,7912 is gevonden, dan ziet men dat beide uitkomsten zeer goed overeenstemmen. Een glijden langs den wand blijkt dus niet te bestaan, tenzij men mocht willen aannemen, dat het bedrag hiervan voor zilver en glas hetzelfde is, wat voor zoo verschillende oppervlakken niet waarschijnlijk kan geacht worden. Deze uitkomst stemt verder volkomen overeen met die van MEIJER, die bij zijne proeven platen van glas, koper en blik gebruikte.

STELLINGEN.

I.

Het aan elkaar kleven van twee vaste lichamen is geen gevolg van eene aantrekking, die zij op elkander uitoefenen.

II.

Bij de beweging van vloeistoffen heeft er geene glijding langs den wand plaats.

III.

De waarde, door WILHELMY gevonden voor den verdichtingscoëfficient van vloeistoffen tegen vaste lichamen, is veel te groot.

IV.

Bij lichamen, onderworpen aan de werking van een electromagneet, heeft de aard van de middenstof, waarin zij zich bevinden, geen invloed op de draaiing van het polarisatievlak.

V.

De theorie van het diamagnetisme van WEBER is in strijd met de ervaring.

VI.

Te recht zegt JAMIN van de imponderabele vloeistoffen: ce sont des êtres d'imagination, parfaitement choisis d'ailleurs pour se prêter à toutes les explications.

VII.

Calorescentie en fluorescentie zijn twee van elkaar geheel verschillende verschijnsels.

VIII.

HAECKEL beweert ten onrechte, dat wij geen enkelen redelijken grond hebben, om den tijd, die noodig was voor het ontstaan der verschillende geologische formaties, beperkt te stellen.

IX.

Die Wissenschaft der Integration kan in ihrem algemeinen Theile nicht vollendet sein, weil ihr die Grundlage fehlt.

Prolegomena zur Theorie der Integration
von Dr. Aloys Mayer.

X.

De term: lijnen van dubbele kromming, is zeer slecht gekozen en dient dus door een anderen vervangen te worden.

XI.

Het zodiakaallicht kan niet verklaard worden door terugkaatsing van het zonlicht op een ring van meteoren.

XII.

De chemische werking van het licht is niet beperkt tot een bepaald gedeelte van het spectrum.

XIII.

Das Chlorophyll ist das durch die lebendige Kraft des Lichts aus Kohlensaüre und Wasser gebildete erste Assimilationsproduct der Pflanze.

Sachsse.

XIV.

De opvatting van LIEBREICH, dat de anaesthetische werking van chloral het gevolg is van de omzetting van dit lichaam in chloroform en een mierenzuur zout door de alkalische werking van het bloed, is te verwerpen.

XV.

Het is te vreezen dat de nieuwe regeling der militaire akademie te Breda nadeelig zal werken op den bloei en het onderwijs der hoogere burgerscholen.