

Zur Stabilitätsfrage bei den Bucherer-Langevin-Elektronen.

Von P. Ehrenfest.

Herr Prof. Kaufmann hat kürzlich dargestellt¹⁾, inwiefern seine Messungen an den Radiumstrahlen eine Entscheidung zwischen den verschiedenen derzeit bestehenden Theorien über die Konstitution des Elektrons ermöglichen. Er zeigt: Das deformierbare Elektron von Lorentz wird durch die Messungen ausgeschlossen. Eine Entscheidung zwischen dem Abrahamschen starren Elektron und dem Bucherer-Langevinschen deformierbaren Elektron ist auf Grund der vorliegenden Messungen nicht möglich.

Bei diesem Stand der Frage dürfte es erlaubt sein, auf eine — allerdings nur begriffliche — Schwierigkeit bei den deformierten Elektronen hinzuweisen: die Frage der Stabilität.

Das von Herrn Abraham definierte starre Elektron ist stabil, denn seine Form wird durch die rein kinematische Bedingung der Starrheit garantiert.²⁾

Die Herren Bucherer und Langevin hingegen legen ihrem deformierbaren Elektron als einzige Bedingung die Bedingung konstanten

Volumens bei allen Deformationen auf. Da sie außer den elektromagnetischen Kräften und den Reaktionen der obigen kinematischen Bedingung keine weitere Kraft zu Hilfe nehmen³⁾, ist die Stabilität noch erst zu erweisen.

Es läßt sich zeigen, daß das B.-L.-Elektron bei gleichförmiger Translation, das der betreffenden Translationsgeschwindigkeit entsprechende „Heaviside-Ellipsoid“ als Gleichgewichtsform besitzt. Die Stabilität dieser Gleichgewichtsformen wurde, soweit mir bekannt ist, nicht untersucht. Daß sie aber wahrscheinlich instabil sind, dürfte durch folgende Überlegung ersichtlich werden:

Betrachten wir das Bucherer-Langevin-Elektron in seinem einfachsten Zustand: ruhend unter der Wirkung nur seines eigenen elektrostatischen Abstoßungsfeldes. Seine Gleichgewichtsform ist dann eine Kugel. Ist diese Gleichgewichtsform stabil? Es genügt offenbar, für irgendeine möglichst bequem gewählte Störung die Instabilität nachzuweisen. Man denke nun das ruhende Elektron aus der Kugelform in irgendein ruhendes, nicht-kugelförmiges Gebilde gleichen Volumens deformiert. Man kann dann zeigen, daß die potentielle Energie des Elektrons in seiner Kugelform größer ist, als in der deformierten Form.

Man hat da zunächst zwischen zwei Annahmen zu unterscheiden, die aber weiterhin zum selben Resultat führen:

1. Annahme: die Ladung des Elektrons besteht in einer homogenen Volumladung. Dasselbe Problem im Fall der Newtonschen wechselseitigen Anziehung der Teile eines Flüssigkeitsballes ist ausführlich abgehandelt in „Figures d'équilibre d'une masse fluide“ von Poincaré (1902). Das Ergebnis ist (Theorem von Liapunoff): Die kugelförmige Anordnung besitzt die kleinste potentielle Energie unter allen volumgleichen Anordnungen einer vorgegebenen gravitierenden Masse. Da es sich im vorliegenden Fall um Abstoßungen handelt, hat die potentielle Energie entgegengesetztes Vorzeichen, und man erhält: Das besprochene Elektron hat im Falle der Ruhe bei homogener Volumladung die Kugelform zur Gleichgewichtsform, aber es besitzt dabei einen größeren Inhalt an potentieller Energie als für jede andere ruhende volumengleiche homogene Verteilung.

2. Annahme: Die Ladung des Elektrons bestehe in einer Oberflächenladung. Bei der oben angegebenen Deformation nimmt sie dann eine neue Gleichgewichtsverteilung an. Da die Gesamtladung dieselbe bleibt, ändert sich die potentielle Energie sowie die reziproke Kapazität. Nun hat Liapunoff bewiesen, daß die Kapazität der Kugel unter allen

1) W. Kaufmann, Über die Konstitution des Elektrons. Annal. d. Phys. 10, 487, 1906. Dasselbst auch die anderen Literaturangaben.

2) Siehe Abraham, Theorie der Elektriz. 2, 141—147, u. 201—208.

3) W. Kaufmann l. c. S. 494 „Von dieser Schwierigkeit frei . . .“

volumengleichen Körpern ein Minimum ist — also bei vorgegebener Gesamtoberflächenladung die potentielle Energie ein Maximum. (Siehe Fig. d. Equil. S. 17.)

Das Bucherer-Langevin-Elektron, dessen Gleichgewichtsform im Fall der Ruhe die Kugelgestalt ist, besitzt somit in diesem Gleichgewichtszustand ein Maximum von potentieller Energie gegenüber beliebigen Deformationen in volumengleiche ruhende Gebilde:

Überläßt man ein solches (künstlich) deformiertes ruhendes Elektron seinem eigenen elektrostatischen Abstoßungsfeld, so kann es nicht mehr von selber seine Kugelgestalt annehmen, vielmehr entfernt es sich — wenigstens zunächst — noch weiter von der Kugelgestalt: Es ist bereit, bei Konstanz des Volumens unter der Wirkung seiner elektrostatischen Abstoßungskräfte zu zerfließen.

Diese Instabilität käme besonders in Betracht gegenüber so turbulenten Prozessen, wie sie die Theorie etwa bei Gasentladungen voraussetzt.¹⁾

Herr Abraham hat gezeigt, daß für das Lorentzsche deformierbare Elektron durch das Energieprinzip das Eingreifen außerelektromagnetischer Kräfte im Elektron gefordert wird. Es wurde, soviel mir bekannt ist, nicht festgestellt, ob diese außerelektromagnetischen Kräfte so gewählt werden können, daß die Gleichgewichtsformen des Lorentz-Elektrons stabil sind.

1) (B. d. Korrektur auf Grund einer Erläuterung d. H. Prof. Kaufmann:) Man kann die Frage nach der Stabilität und überhaupt nach der Dynamik der Deformation des Elektrons ablehnen, indem man einfach axiomatisch festsetzt, daß das Elektron bei jeder Geschwindigkeit eine bestimmte Gestalt hat und nur noch dem Energie- und Schwerpunktsatz Rechnung trägt.

Wien, 20. März 1906.

(Eingegangen 22. März 1906.)