SUR LA MASSE DE L'ÉNERGIE

PAR

H. A. LORENTZ.

---

1. Il y a quelques années EINSTEIN [1]) arriva à la conclusion que tout changement dans l'énergie interne ε d'un corps a pour conséquence un changement de la masse m, de telle sorte qu'il existe entre les accroissements $\delta\varepsilon$ et δm la relation

$$\delta m = \frac{\delta\varepsilon}{c^2}, \tag{1}$$

où c est la vitesse de la lumière. Je me propose de déduire d'une autre façon ce théorème remarquable et de traiter un peu en détail deux cas particuliers.

Je me servirai à cet effet du principe de relativité d'EINSTEIN et de quelques formules de la mécanique correspondant à ce principe.

Nous nous bornerons à considérer des vitesses de translation dans la direction de l'axe des z et nous mettrons les formules de transformation, par lesquelles on passe d'un système z, y, z, t à un système x', y', z', t' ou inversement, sous la forme suivante [2]):

$$x' = x,\ y' = y,\ z' = az - bct,\ t' = at - \frac{b}{c}z. \tag{2}$$

Par a et b nous représentons deux nombres, dont le premier est positif et qui sont liés par la relation

$$a^2 - b^2 = 1. \tag{3}$$

---

[1]) A. EINSTEIN, Ueber die vom Relativitätsprinzip geforderte Trägheit der Energie, *Ann. d. Phys*, **23**, 371, 1907.

[2]) Voir H. A. LORENTZ, Alte und neue Fragen der Physik, *Phys. Zeitschr.*, **11**, 1234, 1910.

Pour fixer les idées nous pouvons imaginer deux observateurs A et B, dont l'un se sert du système x, y, z, t et l'autre du système x', y', z', t'. Les grandeurs se rapportant à B seront toujours distinguées par des accents des grandeurs correspondantes à introduire pour A.

Les formules de transformation pour les composantes des vitesses sont:

$$\mathfrak{v}'_x = \frac{\mathfrak{v}_x}{\omega},\ \mathfrak{v}'_y = \frac{\mathfrak{v}_y}{\omega},\ \mathfrak{v}'_z = \frac{a\mathfrak{v}_z - bc}{\omega},\ \omega = a - \frac{b\mathfrak{v}}{c}, \tag{4}$$

et celles pour les forces electrique ($\mathfrak{d}$) et magnétique ($\mathfrak{h}$)

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{d}'_x &= a\mathfrak{d}_x - b\mathfrak{h}_y,\ \mathfrak{d}'_y = a\mathfrak{d}_y + b\mathfrak{h}_x,\ \mathfrak{d}'_z = \mathfrak{d}_z, \\ \mathfrak{h}'_x &= a\mathfrak{h}_x + b\mathfrak{d}_y,\ \mathfrak{h}'_y = a\mathfrak{h}_y - b\mathfrak{d}_x,\ \mathfrak{h}'_z = \mathfrak{h}_z. \end{aligned}\right\} \tag{5}$$

Il résulte de (4), et aussi directement de (2), que le système de coordonnées x', y', z' a dans le système x, y, z, t une vitesse de translation $\frac{bc}{a}$ dans la direction de l'axe z.

Au sujet des formules de la mécanique citées ci-dessus nous remarquerons que, si un corps est animé de la vitesse v, la quantité de mouvement, qui a la même direction que v, est donnée par

$$G = m\frac{v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \tag{6}$$

et l'énergie cinétique par

$$mc^2\left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1\right), \tag{7}$$

de sorte que, s'il y a encore une énergie „interne'' ε, l'énergie totale est

$$E = mc^2\left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c}}} - 1\right) + \varepsilon. \tag{8}$$

Dans ces formules, m est une grandeur qui est la même pour A et B et que l'on doit considérer comme constante pour un point matériel; on peut l'appeler la masse minkowskienne.

Connaissant la vitesse v, la quantité de mouvement G et l'énergie totale E, on peut tirer m et ε de (6) et (8).

2. Considérons maintenant un corps, ayant pour l'observateur A une vitesse de translation v dans la direction de l'axe des z; pour fixer les idées nous nous figurerons cet axe tracé vers la droite. Nous supposons que le corps soit frappé à gauche par un faisceau lumineux à ondes planes, se propageant dans la direction de l'axe des z, et limité en avant et en arrière par un plan d'onde, de manière à avoir une longueur déterminée l. Supposons que la lumière soit simple et polarisée, les vibrations électriques s'effectuant parallèlement à l'axe des x, de sorte qu'on a:

$$\mathfrak{d}_x = s \cos n \left(t - \frac{z}{c} + p\right), \quad \mathfrak{h}_y = s \cos n \left(t - \frac{z}{c} + p\right). \tag{9}$$

Représentant par Σ la section du faisceau, on trouve aisément pour expression de l'énergie qu'il contient:

$$\mathbf{e} = \frac{1}{2} l \Sigma s^2 \tag{10}$$

et pour la quantité de mouvement électromagnétique, qui a la direction de l'axe z positif:

$$\frac{1}{2c} l \Sigma s^2 = \frac{\mathbf{e}}{c}. \tag{11}$$

Admettons maintenant que, quoiqu'il arrive, il ne reste rien de la lumière en dehors du corps; il faut alors que la quantité totale de son énergie augmente de (10) et que la quantité de mouvement augmente de (11).

Si nous pouvions admettre que m ne change pas par le rayonnement, nous pourrions déduire de ce qu'est devenu en fin de compte la quantité de mouvement la nouvelle valeur de la vitesse de translation; par là on pourrait calculer l'énergie cinétique et, comme l'énergie totale est donnée, trouver comment l'énergie interne est modifiée par le rayonnement. Mais nous allons voir précisément que m ne reste pas le même.

Considérons $\mathbf{e}$ comme infiniment petit, de sorte que tous les changements produits le sont également; nous trouvons alors, en égalant les changements de (6) et (8) aux expressions (11) et (10):

$$\frac{v}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\,\delta m+\frac{m}{\sqrt{\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^3}}\,\delta v=\frac{\mathbf{e}}{c} \tag{12}$$

$$c^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}-1\right)\delta m+\frac{mv}{\sqrt{\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^3}}\,\delta v+\delta\varepsilon=\mathbf{e}. \tag{13}$$

Nous pouvons déterminer par là δm et $\delta\varepsilon$, parce que δv nous est fourni d'une autre façon, savoir par le principe de relativité.

3. En effet, décrivons les phénomènes, non plus dans le système x, y, z, t, mais dans le système x', y', z', t', et admettons que

$$\frac{b}{a}=\frac{v}{c},$$

c. à d., en vertu de (3),

$$a=\frac{c}{\sqrt{c^2-v^2}},\quad b=\frac{v}{\sqrt{c^2-v^2}}; \tag{14}$$

il résulte alors de (4) qu'*avant* éclairement le corps M n'a pas de vitesse de translation pour l'observateur B. *Après* éclairement la vitesse est donc infiniment petite et, comme le terme en v^2 de (6) peut être négligé, la quantité de mouvement correspondante peut se trouver en multipliant cette vitesse infiniment petite par la masse, telle qu'elle était avant l'éclairement. En effet, dans ce produit de la masse par une vitesse infiniment petite, on peut faire abstraction de la variation infiniment petite que la masse subit peut-être par suite de l'éclairement. L'observateur B trouve donc la vitesse du corps M après l'éclairement en divisant par m la quantité de mouvement acquise, laquelle est égale à la quantité de mouvement électromagnétique du faisceau lumineux. Or, au moyen des formules de transformation (2) et (5) [1]) on déduit de (9):

---

[1]) Les calculs sont simplifiés par cette circonstance, que les formules de transformation inverses, qui découlent des précédentes, s'obtiennent en permutant les grandeurs affectées d'accents avec les grandeurs correspondantes sans accents et en remplaçant en outre b par $-b$.

$$\mathfrak{d}'_x = s' \cos n' \left(t' - \frac{z'}{c} + p'\right) \quad , \quad \mathfrak{h}'_y = s' \cos n' \left(t' - \frac{z'}{c} + p'\right),$$

$$s' = (a - b)\, s \quad , \quad n' = (a - b)\, n \quad , \quad p' = \frac{p}{a - b}.$$

Ensuite, on reconnaît aisément que pour B aussi la section du faisceau lumineux est Σ, mais que pour cet observateur sa longueur est

$$\frac{l}{a - b} \text{ [1]}.$$

On obtient donc la quantité de mouvement que le faisceau possède pour B en remplaçant dans (11) l par cette valeur et s par $(a—b)\, s$. Il s'ensuit que la vitesse après l'éclairement est

$$\mathfrak{v}'_z = \frac{(a - b)\, \mathbf{e}}{cm}.$$

Nous pouvons maintenant revenir à l'observateur A. A l'aide des formules de transformation (4), et songeant que $\mathfrak{v}'_z$ est infiniment petit et tenant compte de (3), nous trouvons:

$$\mathfrak{v}_z = \frac{a \mathfrak{v}'_z + bc}{a + \frac{b \mathfrak{v}'_z}{c}} = \frac{bc}{a} + \frac{1}{a^2} \mathfrak{v}'_z = v + \frac{1}{a^2} \mathfrak{v}'_z ,$$

d'où nous déduisons le changement δv entrant dans (12) et (13):

---

[1]) Supposons que pour l'observateur A le faisceau lumineux soit limité par les plans

$$z = k + ct \quad , \quad z = k + l + ct,$$

qui, distants l'un de l'autre de l, se déplacent avec la vitesse c. Les plans représentés par les équations

$$z' = \frac{k}{a - b} + ct' \quad , \quad z' = \frac{k + l}{a - b} + ct',$$

qui se déduisent des précédentes au moyen des formules de transformation (2), constituent alors les limites du faisceau pour l'observateur B.

$$\delta v = \frac{1}{a^2} \mathfrak{v}'_z = \frac{(a-b)\,\mathbf{e}}{a^2\,cm} = \frac{\mathbf{e}}{m} \frac{(c-v)\sqrt{c^2-v^2}}{c^3}.$$

Nous en tirons enfin les valeurs

$$\delta m = \frac{\mathbf{e}}{c^2}\sqrt{\frac{c-v}{c+v}},$$

$$\delta \varepsilon = \mathbf{e}\sqrt{\frac{c-v}{c+v}},$$

qui sont d'accord avec la relation (1). Nous trouvons ainsi que le théorème d'Einstein est confirmé, bien entendu en supposant que la masse dont nous considérons la variation soit la masse minkowskienne. Quant à l'énergie interne, pour indiquer sa valeur après le changement, il faut retrancher de l'énergie totale ε l'énergie cinétique, calculée d'après (7) avec la masse et la vitesse modifiées.

4. On arrive à la même conclusion lorsqu'on se figure que le faisceau tombant sur le corps M est réfléchi ou transmis en partie, en admettant, pour simplifier, que M est limité de part et d'autre par un plan perpendiculaire à l'axe des z et que dans le corps l'état est le même en tous les points d'un plan ainsi orienté. Il en est de même lorsqu'on considère un faisceau incident, venant du côté des z positifs; dans ce cas il suffit de modifier quelques signes dans ce qui précède. On peut enfin supposer que la lumière vienne frapper le corps des deux côtés à la fois. Les changements infiniment petits qui dans ce dernier cas sont introduits dans les valeurs de v, m et ε s'obtiennent en ajoutant les changements produits séparément par les rayons venant de gauche et de droite.

Si le corps est atteint du côté gauche par l'énergie de rayonnement $\mathbf{e}_1$ et à droite par l'énergie $\mathbf{e}_2$, on trouve, en supposant qu'il ne reste pas de lumière en dehors du corps,

$$\delta v = \frac{\mathbf{e}_1(c-v) - \mathbf{e}_2(c+v)}{m} \cdot \frac{\sqrt{c^2-v^2}}{c^3},$$

$$\delta m = \frac{1}{c^2}\left[\mathbf{e}_1\sqrt{\frac{c-v}{c+v}} + \mathbf{e}_2\sqrt{\frac{c+v}{c-v}}\right],$$

$$\delta \varepsilon = \mathbf{e}_1 \sqrt{\frac{c-v}{c+v}} + \mathbf{e}_2 \sqrt{\frac{c+v}{c-v}}.$$

Ce cas mérite l'attention, parce qu'il est naturel de penser qu'en éclairant le corps des deux côtés, de telle sorte que les pressions ainsi exercées s'entredétruisent, on puisse faire en sorte que l'état de mouvement du corps ne soit pas modifié et que seule l'énergie interne soit augmentée. On constate cependant que, s'il y a déjà une vitesse de translation v avant l'éclairement, il n'est pas possible de choisir les grandeurs $\mathbf{e}_1$ et $\mathbf{e}_2$ de manière à laisser invariables à la fois la vitesse de translation et la quantité de mouvement, et c'est là évidemment une circonstance qui tient précisément à la variation considérée de la masse.

Si l'on prend $\mathbf{e}_2 = \mathbf{e}_1$, la quantité de mouvement ne change pas, mais la vitesse change d'une quantité

$$\delta v = -\frac{2\,\mathbf{e}_1\,v}{m} \frac{\sqrt{c^2 - v^2}}{c^3},$$

et l'on a

$$\delta m = \frac{2\,\mathbf{e}_1}{c\sqrt{c^2 - v^2}}.$$

Par contre, la vitesse ne change pas si

$$\mathbf{e}_2 = \mathbf{e}_1 \cdot \frac{c-v}{c+v}.$$

Mais dans ce cas la quantité de mouvement varie de

$$\delta G = \frac{2\,\mathbf{e}_1\,v}{c(c+v)}$$

et la masse de

$$\delta m = \frac{2\,\mathbf{e}_1}{c^2} \sqrt{\frac{c-v}{c+v}}.$$

Remarquons encore que dans tous les cas où la vitesse de translation ne subit pas de changement on a, d'après (6) et (8),

$$\delta G = \frac{v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \delta m$$

et

$$\delta E = c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right) \delta m + \delta \varepsilon;$$

de sorte que le théorème d'EINSTEIN exprimé par (1) conduit à la simple relation suivante entre les changements simultanés de la quantité de mouvement et de l'énergie totale:

$$\delta G : \delta E = v : c^2. \tag{15}$$

5. Je n'ai pas parlé dans ce qui précède de la nature spéciale des actions produites par la lumière qui a pénétré dans le corps; quelle que soit la forme prise par l'énergie absorbée à l'intérieur du corps, elle contribuera toujours dans la même mesure à l'augmentation de la masse. On reconnaît d'ailleurs aisément que, si par une modification de l'état interne l'énergie passe d'une forme dans une autre, cela ne peut avoir aucune influence sur la masse, pourvu que dans cette modification la vitesse de translation aussi bien que la quantité de mouvement restent ce qu'elles étaient.

Si l'on envisage des cas particuliers on peut arriver à une vérification du résultat d'EINSTEIN par un examen attentif de l'énergie et de la quantité de mouvement.

Prenons comme exemple le cas où il y a dans une cavité dans un corps un gaz monoatomique, dont le mouvement calorifique peut être augmenté par l'absorption de lumière [1]). Pour un observateur B par rapport auquel le corps n'a pas de translation ce mouvement se fera avec la même intensité dans toutes les directions.

Soient μ la masse minkowskienne d'une molécule, $\mathfrak{w}'$ la vitesse qu'elle a pour B et $\mathfrak{w}$ celle qu'elle a pour A. Exprimant les composantes de la dernière vitesse au moyen de celles de la première on trouve [2]):

---

[1]) Voir EINSTEIN, l. c., § 4.

[2]) Remarquons qu'on déduit de (4): $c^2 - \mathfrak{v}'^2 = \frac{c^2 - \mathfrak{v}^2}{\omega^2}$. Voir d'ailleurs la note au bas de la page 142.

$$c^2 - \mathfrak{w}^2 = \frac{c^2 - \mathfrak{w}'^2}{\left(a + \frac{b\,\mathfrak{w}'_z}{c}\right)^2},$$

d'où il suit, en vertu de (7), que pour l'observateur A l'énergie cinétique de la molécule est

$$\mu c^2 \left(\frac{a + \frac{b\,\mathfrak{w}'_z}{c}}{\sqrt{1 - \frac{\mathfrak{w}'^2}{c^2}}} - 1 \right).$$

Pour toutes les molécules ensemble l'énergie est donc

$$E = \mu c^2 \Sigma \left(\frac{a}{\sqrt{1 - \frac{\mathfrak{w}'^2}{c^2}}} - 1 \right). \tag{16}$$

Nous avons omis ici sous le signe indiquant la sommation le terme en $\mathfrak{w}'_z$, parce que pour l'observateur B les particules ont au même degré des composantes de vitesse positives et négatives dans la direction de l'axe des z.

Par rapport à l'observateur A il n'en est pas ainsi. Pour lui une particule a, d'après la formule (6), une quantité de mouvement égale à

$$\mu \frac{\mathfrak{w}_z}{\sqrt{1 - \frac{\mathfrak{w}^2}{c^2}}} = \mu \frac{a\,\mathfrak{w}'_z + bc}{\sqrt{1 - \frac{\mathfrak{w}'^2}{c^2}}}$$

dans le sens de l'axe des z; cet observateur attribue donc à tout le gaz une quantité de mouvement

$$G = \mu c \Sigma \frac{b}{\sqrt{1 - \frac{\mathfrak{w}'^2}{c^2}}}. \tag{17}$$

Ces résultats confirment tout d'abord la proportionnalité (15). En effet, aussi longtemps que la vitesse de translation v reste la même, a et

b ne changent pas non plus; si dans ces conditions les vitesses moléculaires $\mathfrak{w}'$ se modifient, on a d'après (16) et (17)

$$\delta G : \delta \varepsilon = b : ac,$$

ce qui s'accorde avec (15) en vertu de (14).

Si N est le nombre de molécules et que l'on pose

$$m' = \mu \, \Sigma \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{\mathfrak{w}'^2}{c^2}}} - 1 \right), \tag{18}$$

$$\varepsilon = \mu \, c^2 \, \Sigma \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{\mathfrak{w}'^2}{c^2}}} - 1 \right), \tag{19}$$

on peut écrire, eu égard à (14),

$$G = (N \mu + m') \frac{v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

$$E = (N \mu + m') \, c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right) + \varepsilon . \tag{20}$$

Il ressort de là que $N\mu + m'$ est la masse. Or, comme $N\mu$ est la masse aussi longtemps que la vitesse moléculaire représentée par $\mathfrak{w}'$ n'existe pas, m' est l'augmentation de masse due à cette vitesse. Si l'on compare (20) avec (8), on reconnaît que ε est effectivement ce que nous avons appelé antérieurement l'énergie „interne", et de (18) et (19) résulte la relation

$$m' = \frac{\varepsilon}{c^2},$$

qui est conforme au théorème d'Einstein.

6. Un cas qui a quelque analogie avec celui que nous venons d'examiner est le cas d'une cavité remplie de rayonnement noir. Toutefois, pour se voir vérifier dans ce cas le théorème d'Einstein, on doit faire

usage du résultat, trouvé par EINSTEIN [1]), que si un solide rigide [2]) est soumis à des forces qui ne modifient pas son mouvement de translation, dans ces conditions l'énergie du corps se trouve augmentée d'une quantité que l'on peut écrire, avec les notations employées ici,

$$-\frac{v^2}{c\sqrt{c^2-v^2}}\,\Sigma\,(Z'\,z'), \tag{21}$$

où la sommation doit être étendue à toutes les forces agissant sur le corps.

Pour l'observateur B qui partage la translation, Z' est la composante d'une des forces dans la direction de l'axe des z, et z' est la troisième coordonnée de son point d'application.

On peut démontrer, d'une façon analogue à celle employée par EINSTEIN pour la démonstration de ce théorème, que l'existence des forces en question doit donner lieu à une certaine quantité de mouvement. Celle-ci a la direction de la translation et sa grandeur est

$$-\frac{v}{c\sqrt{c^2-v^2}}\,\Sigma\,(Z'\,z'). \tag{22}$$

7. Considérons d'abord le rayonnement noir, tel qu'il se présente à l'observateur B. Pour lui les valeurs moyennes des six grandeurs

$$\mathfrak{d}'^2_x,\ \mathfrak{d}'^2_y,\ \mathfrak{d}'^2_z,\ \mathfrak{h}'^2_x,\ \mathfrak{h}'^2_y,\ \mathfrak{h}'^2_z,$$

prises par rapport à des espaces qui sont grands en comparaison de la longueur d'onde, sont toutes égales entr'elles; nous les représenterons par q. L'énergie rayonnante par unité de volume est $3\,q$ et il s'exerce contre la paroi de la cavité une pression, égale à q par unité de surface.

Ensuite, il n'y a dans le rayonnement aucune direction qui soit prédominante, d'où nous concluons que, si nous indiquons par un trait horizontal les moyennes de la nature mentionnée, nous avons:

$$\overline{\mathfrak{d}'_x\,\mathfrak{h}'_y - \mathfrak{d}'_y\,\mathfrak{h}'_x} = 0.$$

[1]) l. c., § 1.

[2]) Nous entendons par ce mot que le corps ne peut subir d'autres changements de forme et de grandeur que ceux qui sont produits par une vitesse de translation.

Si nous passons maintenant aux grandeurs qui se rapportent à A, au moyen des formules de transformation (5), ou plutôt au moyen des formules inverses, nous trouvons que l'énergie par unité de volume est

$$\tfrac{1}{2}(\mathfrak{d}^2+\mathfrak{h}^2)=\tfrac{1}{2}\left\{(a^2+b^2)(\mathfrak{d}'^2_x+\mathfrak{d}'^2_y+\mathfrak{h}'^2_x+\mathfrak{h}'^2_y)+\right.$$
$$\left.+(\mathfrak{d}'^2_z+\mathfrak{h}'^2_z)+4ab(\mathfrak{d}'_x\mathfrak{h}'_y-\mathfrak{d}'_y\mathfrak{h}'_x)\right\}$$

et que la quantité de mouvement électromagnétique dans la direction de l'axe des z, également prise par unité de volume, est

$$\frac{1}{c}(\mathfrak{d}_x\mathfrak{h}_y-\mathfrak{d}_y\mathfrak{h}_x)=\frac{1}{c}\left\{(a^2+b^2)(\mathfrak{d}'_x\mathfrak{h}'_y-\mathfrak{d}'_y\mathfrak{h}'_x)+\right.$$
$$\left.+ab(\mathfrak{d}'^2_x+\mathfrak{d}'^2_y+\mathfrak{h}'^2_x+\mathfrak{h}'^2_y)\right\}.$$

Les valeurs moyennes de ces grandeurs sont

$$\tfrac{1}{2}\overline{(\mathfrak{d}^2+\mathfrak{h}^2)}=(2a^2+2b^2+1)\,q=(3a^2+b^2)\,q,$$
$$\frac{1}{c}\overline{(\mathfrak{d}_x\mathfrak{h}_y-\mathfrak{d}_y\mathfrak{h}_x)}=\frac{4\,ab}{c}\,q,$$

et ces valeurs doivent être multipliées par le volume de la cavité. Si S' est le volume pour l'observateur B, pour l'observateur A [1]) il est

$$\frac{S'}{a},$$

ce qui fait que pour l'énergie et la quantité de mouvement présentes dans la cavité nous trouvons les expressions

$$\frac{3a^2+b^2}{a}\,q\,S' \tag{23}$$

et

$$\frac{4\,b}{c}\,q\,S'. \tag{24}$$

---

[1]) Nous avons tenu compte ici de la contraction bien connue dans le sens du mouvement.

8. Nous devons tenir compte maintenant de ce qui a été dit au § 6. La paroi de la cavité est le corps rigide et la force qui la sollicite (au point de vue de l'observateur B) est la pression du rayonnement q. Pour l'expression $\Sigma\,(Z'z')$ nous obtenons facilement la valeur qS' et en vertu de (14) les expressions (21) et (22) se transforment en

$$-\frac{b^2}{a}qS'$$

et

$$-\frac{b}{c}qS'.$$

Si l'on additionne la première expression à (23) et la seconde à (24), on obtient les valeurs suivantes pour l'énergie et la quantité de mouvement, qui, somme toute, sont dues à l'existence du rayonnement noir.

$$E = 3aqS' = \frac{3}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}qS',$$

$$G = \frac{3b}{c}qS' = \frac{3v}{c^2\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}qS'.$$

Si l'on pose

$$\varepsilon = 3qS', \qquad m = \frac{\varepsilon}{c^2},$$

ces formules prennent la forme des équations (8) et (6). La valeur de m est d'accord avec le théorème d'Einstein, et comme valeur de l'énergie interne on doit prendre celle que l'observateur B attribue au rayonnement noir.

9. Pour conclure nous ferons encore les remarques suivantes.

a. La question se pose de savoir si, dans le cas de la cavité remplie de gaz tout comme dans celui où la cavité contient un rayonnement noir, on ne doit pas tenir compte des contributions, mentionnées au § 6, que paroi apporte à l'énergie et à la quantité de mouvement. On doit le faire sans doute; mais il y a encore une autre circonstance que l'on ne doit pas perdre de vue. Nous avons vu que les termes en question dépendent des forces agissant sur le corps, donc, dans le cas considéré, des forces que la paroi subit à chaque choc de molécule. Mais, par suite des forces que la paroi exerce inversement sur les molécules, nous avons à introduire de nouveaux termes encore dans les expressions de l'énergie et de la quantité de mouvement des *molécules*. Or, je tiens pour probable que ces termes détruisent exactement ceux qui se rapportent à la paroi et qu'on s'en apercevra dès le début lorsqu'on comprendra dans la déduction des formules (21) et (22) l'action et la réaction mutuelles d'une molécule et de la paroi. Cela doit néanmoins être examiné de plus près.

b. La modification de la masse, que nous avons considérée dans ce qui précède, doit avoir pour conséquence que, pour mettre un corps en mouvement dans des conditions identiques pour le reste, on doit exercer une force d'autant plus grande que le corps contient plus d'énergie. Il sera intéressant de vérifier cela pour des cas particuliers, par un examen attentif des forces agissant dans le corps. Lorsqu'un récipient contenant un gaz ou du rayonnement noir est animé d'une accélération dirigée vers la droite, le gaz ou le rayonnement doivent exercer contre la paroi de gauche une pression plus grande que contre la paroi opposée. On devra pouvoir déduire ceci des formu les relatives à la pression du rayonnement ou de celles relatives aux chocs des molécules; dans le cas du gaz la différence de pression devra se composer de deux parties, l'une indépendante du mouvement moléculaire, l'autre augmentant avec l'intensité de ce mouvement.

c. Il est naturel de se demander si l'énergie interne d'un corps ne doit pas avoir sur son poids une influence du même genre que sur la masse Pour ce qui est de l'énergie du rayonnement noir, cette question a déjà été traitée par Einstein. Je me bornerai ici à quelques remarques au sujet du mouvement moléculaire. Si l'on veut rester d'accord avec le principe de relativité, on ne peut pas admettre que l'attraction mutuelle entre deux particules matérielles dépend uniquement de leur distance; elle doit être modifiée par le mouvement et il n'est donc pas impossible que l'attraction, qu'un système de molécules, p. ex. la masse de gaz considérée ci-dessus, subit de la part de la terre, est changée par les mouvements moléculaires. Malheureusement, cette question doit rester indécise, puisque diverses lois peuvent être admises pour l'influence du mouvement sur l'attraction. D'après celle dont j'ai parlé à une autre occasion [1]), si l'on se borne à considérer les termes du second ordre par rapport aux vitesses, la seconde puissance de la vitesse du point attiré n'intervient pas dans les expressions des composantes des forces; les formules ne contiennent les composantes de la vitesse de ce point qu'à la première puissance, multipliées par les composantes de la vitesse du point attirant. Il s'ensuivrait que le poids ne dépend *pas* du mouvement moléculaire.

---

[1]) l. c., p. 1239.