

TENTAMEN ELEKTROMAGNETISME II, 2 MAART 2001, 14-17 UUR.

1. Een oneindig lange cilindervormige draad (straal a , evenwijdig aan de z -as) bevat een stroomdichtheid die evenredig is met de afstand tot de as; in formulevorm: $\vec{j}(R) = CR\hat{z}$ voor $R < a$ en $\vec{j}(R) = 0$ voor $R > a$.
 - (a) Bereken de relatie tussen de constante C en de totale stroom I die door de draad loopt. Wat is de dimensie van C ?
 - (b) Bereken het magnetische veld binnen en buiten de draad.
 - (c) Bereken de magnetische energie van de draad per eenheid van lengte.

2. (a) Gegeven is de vectorpotentiaal $\vec{A} = A_0(\vec{r} \times \hat{z})$, waarbij A_0 een constante is en \hat{z} een eenheidsvector in de z -richting. Bereken het bijbehorende magnetische veld.
 - (b) Construeer een ijktransformatie van \vec{A} naar $\vec{A}' = (2A_0y, 0, 0)$. Hoe verandert de scalaire potentiaal Φ door deze transformatie?
 - (c) Stel dat A_0 niet constant is, maar van de tijd afhangt volgens $A_0 = a_0 \cos \omega t$. Wat is dan het magnetische veld?

3. Een oneindig lange cylinder (straal a , evenwijdig aan de z -as) wordt gebruikt als golfpijp. De cylinder is binnenin vacuüm. U mag veronderstellen dat de wand van de cylinder een ideale geleider is. We zoeken een oplossing van de Maxwellvergelijkingen voor $R < a$ van de vorm (in cylindercoördinaten)

$$\begin{aligned}\vec{E}(R, \phi, z, t) &= \text{Re} \vec{E}_0(R) e^{i(kz - \omega t)}, \\ \vec{B}(R, \phi, z, t) &= \text{Re} \vec{B}_0(R) e^{i(kz - \omega t)}.\end{aligned}$$

- (a) Geef de golfvergelijkingen plus randvoorwaarden waaraan $\vec{E}_0(R)$ en $\vec{B}_0(R)$ moeten voldoen.
 - (b) Veronderstel dat de z -component van \vec{E} gelijk is aan nul. Bewijs dat dan ook de R -component van \vec{E} nul is.
 - (c) Bereken de ϕ -component van \vec{E} . Wat is de dispersierelatie van deze TE golf?
Ter herinnering: De Besselfunctie $J_0(x)$ voldoet aan de differentiaalvergelijking $xJ_0'' + J_0' + xJ_0 = 0$.
4. (a) Bewijs dat $|\vec{E}|^2 - c^2|\vec{B}|^2$ invariant is onder Lorentztransformatie.
 - (b) Stel dat in een of ander inertiaalstelsel S_0 geldt dat in een zeker punt P het magnetische veld \vec{B} gelijk is aan nul maar het elektrische veld \vec{E} niet. Bewijs dan dat in elke ander inertiaalstelsel geldt dat $\vec{E} \cdot \vec{B} = 0$.
 - (c) Bestaat er een Lorentztransformatie zodanig dat in punt P het elektrische veld nul is en het magnetische veld niet? Beargumenteer uw antwoord.