

TENTAMEN ELEKTROMAGNETISME II, 16 FEBRUARI 2005, 14-17 UUR.

1. Een eenvoudig model voor de elektrostatische potentiaal in een atoom luidt (in bolcoördinaten):

$$V(\vec{r}) = \frac{Ze}{4\pi\epsilon_0 r} e^{-r/a}.$$

In deze formule duidt Ze de lading van de atoomkern aan en is a een maat voor de uitgestrektheid van de elektronenwolk om de kern.

- (a) Bereken het bijbehorende elektrische veld.
 (b) Leid af, dat het atoom neutraal is.
 (c) Bereken de ladingsdichtheid $\rho(\vec{r})$ van de elektronenwolk.
2. (a) Een lange cilindrische spoel (straal a) omvat een magnetische flux Φ . Bereken de vectorpotentiaal \vec{A} buiten de spoel. Ga na dat het bijbehorende magnetische veld gelijk is aan nul.
 (b) Bewijs dat het onmogelijk is om een ijktransformatie uit te voeren zodanig dat $\vec{A} = 0$ buiten de spoel.
 (c) Meer in het algemeen wordt de vectorpotentiaal \vec{A} ten gevolge van een tijdsafhankelijke stroomdichtheid \vec{j} gegeven door de integraalformule

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int d\vec{r}' \frac{\vec{j}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|}.$$

Ga na dat deze vectorpotentiaal voldoet aan de ijk $\nabla \cdot \vec{A} = 0$.

3. Het elektrische veld van een elektromagnetische golf in vacuüm is gegeven door

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \text{Re} \left\{ \hat{x} E_1 e^{i(kz - \omega t)} + \hat{y} E_2 e^{i(kz - \omega t)} \right\}$$

De coëfficiënten E_1 en E_2 zijn complexe getallen.

- (a) Bereken (m.b.v. de Maxwellvergelijkingen) het bijbehorende magnetische veld \vec{B} . Welke hoek maakt \vec{E} met \vec{B} ?
 (b) Bereken de energiestroomdichtheid, gemiddeld over 1 periode.
 (c) De vector \vec{E} beschrijft als functie van de tijd een kromme in het $x - y$ vlak. Voor welke keuze van E_1 en E_2 is de kromme een cirkel? (Men spreekt in dat geval van een "circulair gepolariseerde" golf.)
4. Beschouw twee inertiaalstelsels S en S' . Het stelsel S' beweegt ten opzichte van S met een snelheid v_R in de x -richting.
 (a) Bereken, uitgaande van de Lorentztransformatie, hoe de drie componenten v_x, v_y, v_z van de snelheid transformeren bij overgang van S naar S' .
 (b) Is het mogelijk om de snelheid uit te breiden tot een viervector? Zo ja, wat is dan de vierde component; Zo nee, waarom niet.
 (c) Een deeltje beweegt in stelsel S met de lichtsnelheid c in de y -richting. Leid af dat de grootte van de snelheid in stelsel S' nog steeds gelijk is aan c .
Let op: de snelheid van het deeltje staat loodrecht op v_R .