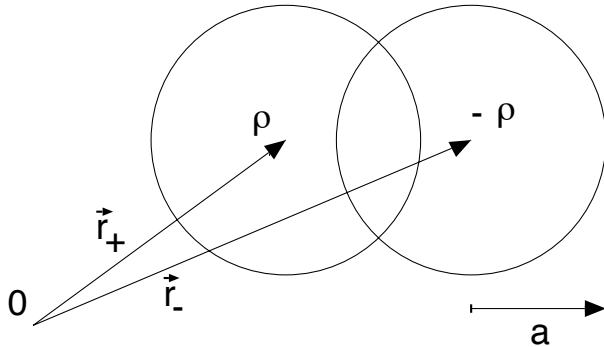


TENTAMEN ELEKTROMAGNETISME II, 18 JANUARI 1995, 9-12 UUR.

1. (a) Bereken het elektrische veld binnen en buiten een homogeen geladen bol (straal a , ladingsdichtheid ρ binnen de bol).
- (b) Bereken de elektrostatistische potentiaal binnen en buiten de bol. Kies het referentiepunt zó, dat de potentiaal nul is in het middelpunt van de bol.
- (c) Twee homogeen geladen bollen, elk met straal a en tegengestelde ladingsdichtheden $+\rho$ en $-\rho$, overlappen elkaar gedeeltelijk. Het middelpunt van de positieve bol ligt op \vec{r}_+ , dat van de negatieve bol op \vec{r}_- (zie figuur). Bewijs dat het elektrische veld in het gebied waar de bollen elkaar overlappen constant is en bereken die constante.



2. De arbeid dW/dt per tijdseenheid die de elektromagnetische velden \vec{E} en \vec{B} verrichten op een ladingsverdeling ρ en stroomverdeling \vec{j} is gegeven door

$$\frac{dW}{dt} = \int_{-\infty}^{\infty} dx \int_{-\infty}^{\infty} dy \int_{-\infty}^{\infty} dz \vec{E} \cdot \vec{j}.$$

- (a) Waarom bevat deze vergelijking niet het magnetische veld?
- (b) Pas deze vergelijking toe op een stroomkring (stroom I , zelfinductiecoëfficiënt L). Leid af dat

$$\frac{dW}{dt} = -LI \frac{dI}{dt}.$$

- (c) De stroom I wordt langzaam vergroot van I_1 tot I_2 . Bereken de verandering in de magnetische energie van de spoel. Is het een afname of een toename?

3. In een metaal (geleidingsvermogen σ) geldt de wet van Ohm: $\vec{j} = \sigma \vec{E}$.
 (a) Leid af dat de ladingsverdeling $\rho(\vec{r}, t)$ in het metaal voldoet aan de differentiaalvergelijking

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\frac{\sigma}{\epsilon_0} \rho.$$

(De dielektrische constante en magnetische permeabiliteit in het metaal stellen we gelijk aan die van vacuum, nl. ϵ_0 en μ_0 .) Laat zien dat $\rho \rightarrow 0$ voor $t \rightarrow \infty$.

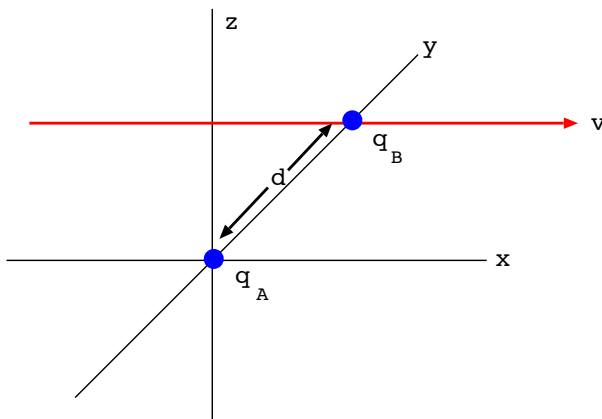
(b) We veronderstellen nu $\rho = 0$ in het metaal. Leid af dat het elektrische veld $\vec{E}(\vec{r}, t)$ voldoet aan de vergelijking

$$\Delta \vec{E} = \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} + \mu_0 \sigma \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}.$$

(c) We zoeken een oplossing in de vorm van een vlakke golf,

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \hat{y} \operatorname{Re} \left[E_0 e^{i(kx - \omega t)} \right].$$

Bereken de dispersierelatie, d.w.z. de relatie tussen golfgetal k en frequentie ω . Geef aan hoe de indringdiepte van het elektrische veld in het metaal afhangt van σ in het geval dat $\sigma \ll \epsilon_0 \omega$.



4. Lading q_A is in rust in de oorsprong in inertiaalstelsel S . Lading q_B beweegt met snelheid v in de x -richting langs de lijn $y = d, z = 0$ (zie figuur). We beschouwen het moment dat q_B de y -as kruist.
 (a) Wat is de elektromagnetische kracht \vec{F}_B op q_B in stelsel S .
 (b) Bereken de getransformeerde kracht \vec{F}'_B in stelsel S' waarin q_B in rust is.
 (c) Bereken ook de kracht \vec{F}'_A op q_A in stelsel S' . Wat impliceert Uw antwoord voor de derde wet van Newton (actie = -reactie)?