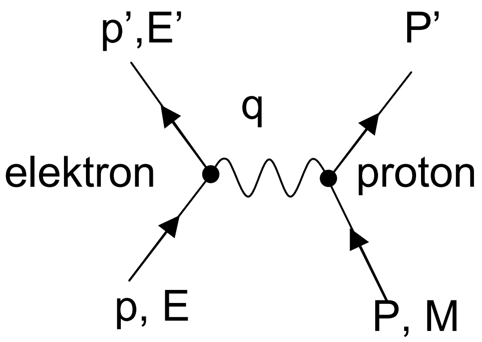
7. Callan-Gross relatie



Werkz. doorsnede: (Quantum velden theorie)

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega dE'} = \left(\frac{\alpha\hbar}{q^2}\right)^2 \frac{E'}{E} L^{\mu\upsilon} W_{\mu\upsilon} = \left(\frac{\alpha\hbar}{2E\sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)}\right)^2 \left[2W_1 \sin^2\left(\tfrac{\theta}{2}\right) + W_2 \cos^2\left(\tfrac{\theta}{2}\right)\right]$$

θ = afbuigingshoek elektron

Elektron vertex

Meest algemene vorm voor $L^{\mu\nu}$ & $W_{\mu\nu}$

Proton vertex

Hoge q: foton 'ziet' niet meer het proton als een geheel, maar quarks.
(foton 'ziet' quarks als puntladingen)

Voer Lorentz-invariante variabele x in: $x = -\dfrac{q^2}{2q \cdot P}$ (Bjørken's schalingsvariabele)

Puntlading: $W_1^i = \dfrac{z_i^2}{2m_i c^2}\delta(x_i - 1),\ W_2^i = -\dfrac{2m_i z_i^2}{q^2}\delta(x_i - 1)$ met m de massa en z de lading van quark *i*

Aanname: elk quark krijgt een fractie ξ_i van de totale impuls van het proton: $P_i = \xi_i P$ (Elke component P_i^μ krijgt dezelfde fractie, zodat het proton een geheel blijft)

Gebruik $\left.\begin{array}{l} P_i^2 = m_i^2 c^2 \\ P^2 = M^2 c^2 \end{array}\right\} \Rightarrow m_i = \xi_i M$ en $\delta\left(f(x)\right) = \dfrac{1}{|f'(x)|}\delta(x)$ $\Rightarrow$ $W_1^i = \dfrac{z_i^2}{2Mc^2}\delta(x - \xi_i),\quad W_2^i = -\dfrac{2x^2 M z_i^2}{q^2}\delta(x - \xi_i)$

ξ_i komt voor met waarschijnlijkheid $f_i(\xi_i)$:

$$W_1 = \sum_i \int_0^1 W_1^i f_i(\xi_i) d\xi_i = \frac{1}{2Mc^2} \sum_i z_i^2 f_i(x) \equiv \frac{F_1(x)}{Mc^2}$$

Som over alle quarks

$$W_2 = \sum_i \int_0^1 W_2^i f_i(\xi_i) d\xi_i = -\frac{2x^2 M}{q^2} \sum_i z_i^2 f_i(x) \equiv -\frac{2xM}{q^2} F_2(x)$$

÷

$$\frac{-q^2}{4x^2M^2c^2} \equiv \frac{-F_1(x)\, q^2}{2M^2c^2 x F_2(x)}$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{F_2(x)}{F_1(x)} = 2x}$$

= Callan-Gross relatie!